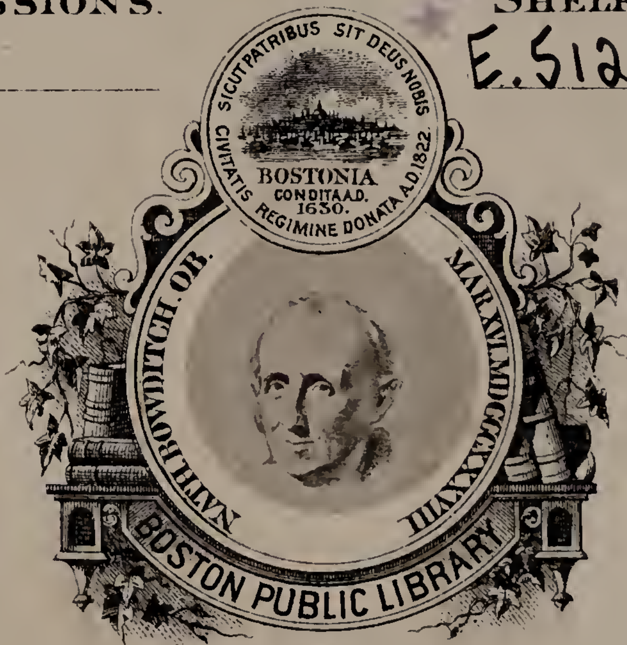

SICUT PATRIBUS SIT DEUS NOBIS
BOSTONIA
CONDITA A.D. 1630.
CIVITATIS REGIMINE DONATA A.D. 1822.
NATH. BOWDITCH. OB. MAR. XVI. MDCCCXXXVIII
BOSTON PUBLIC LIBRARY

- 1723 -
Di Giaco. Soranzo

Arithmetica boetij.

Incipiunt duo libri de Arithmetica anitij manilij seuerini Boetij viri clarissimi & illustrissimi ex cōsulis: ordinarij: patricij: ad patricium simmachum.



N dandis accipiendisque muneribus ita recte officia precipue inter eos q sese magni faciunt estimant̄ si liquido ꝯstabit nec ab hoc aliud qđ liberalius afferret inuentū: nec ab illo vnq̄ꝫ qđ iucundius beniuolē tia cōplectere‾ acceptū. Hec ipse cō siderans: attuli non ignaua opum pōdera quibus ad facinus nihil instructius est: cū habendi sitis incanduit: ad meritū nihil vilius cū ea sibi victor anim⁹ calcata subiecit: sed ea quę ex grecarū opulentia litterarū in romanę orationis thesaurum sūpta cōuexim⁹. Ita enī mei quoqꝫ operis mihi ratio cōstabit: si quę ex sapientię doctrinis elicui: sapientissimi iudicio cōprobent̄. Uides igit̄ vt tam magni laboris effectus tuuꝫ tantū expectet examē: nec in aures ꝓdire publicas nisi doctę sentētię a stipulatione nitat̄. In quo nihil mirū videri debet: cū id opus qđ sapiē tię inuenta persequit̄: non auctoris sꝫ alieno incūbit arbitrio. Suis qp pe instrumentis res rationis expenditur: cū iudicium cogit̄ subire prudentis. Sed huic munusculo: nō eadem quę ceteris imminent artibus munimenta cōstituo. Neque enim fere vlla sic cūctis absoluta partib⁹ nullius indiga suis tantū est sciētia nixa p̄sidijs: vt nō ceteraꝝ quoqꝫ artiū adiumenta desideret. Nā in effigiandis marmore statuis: alius excidendę molis labor est: alia formā dę imaginis ratio: nec eiusdē artificis manus politi operis nitor expectat. At picturę manibus tabulę cō missę fabrorum. cęre rustica obseruatione decerptę: colorū fuci mercatorū solertia perquisiti: lintea operosis elaborata textrinis: multiplicem materiā prestant. Nōne idem quoque belloꝝ visitur instrumētis: Hic spicula sagittis exacuit: illi validus thorax nigra gemit incude. Ast alius: crudi vmbonis tegmina ꝓprij labor[e] orbi insigenda mercatur. tam mult[e] artibus ars vna perficit̄. Ast nostri laboris absolutio lōge ad faciliorē currit euentuꝫ. Tu enī solus manuꝫ supremo operi impones: in quo nihil de decernentiū necesse est laborare cōsensu. Quālibet enī hoc iudiciū multis artibus probet̄ excultū vno tamē cumulat̄ examine. Experiare igitur licet quantū nobis in hoc studio longis tractus ocijs labor adiecerit. An rerū subtilium fugas exercitatę mentis velocitas cō p̄hendat. vtꝝ ieiunę macies orationis ad ea quę sunt caligantibus impedita sententijs expedienda sufficiat. Qua in re mihi alieni quoquę iudicij lucra querunt̄. Cum tu vtrarū que peritissimus litteraꝝ: possis grai ę orationis expertibus quantuꝫ de nobis iudicare audeant: sola tantū ꝓnunciatione prescribere. At nō al

Cer[?]acione

terius obnoxius institutis artissima memet ipse trāslationis lege cōstringo: sed paululū liberius euagat⁹ alieno itineri: nō vestigijs insisto. Nā et ea que de numer[is] a nicomacho diffusius disputata sūt: moderata breuitate collegi. Et que transcursa velocius angustiorē intelligentie p̄stabant aditū: mediocri adiectione reseraui: vt aliquādo ad euidentiā rerū nostris etiā formulis ac descriptionibus vteremur. Quod nobis quātis vigilijs ac sudore cōstiterit facile sobrius lector agnoscet. Cum igitur quatuor matheseos disciplinarum de arithmetica que est prima perscriberē: tu tantū dignus eo munere videbare eoque mag[is] inerrato opus eē intelligebā. Nam et si apud te facilis venie locus esset: aliquando tamen ipsam formidabat facilitatē suspecta securitas. Arbitrabar enim nihil tante reuerētie oblatū iri oportere: qđ nō elaboratū ingenio: perfectum studio: dignū postremo tanto ocio videret[ur]. Non igitur ambigo quin ꝓ tua in me beniuolentia superuacua resecés: hiantia suppleas: errata rep̄hendas: cōmode dicta mira animi alacritate suscipias. Que res impulit pigram cōsilij morā. Nimios enī mihi fruct⁹ placitura restituent. Noui quippe: quāto studiosius nostra q̄ ceterorum bona diligamus. Recte ergo quasi aureos cereri culmos et maturos bacho palmites: sic ad te rudimēta noui operis trāsmisi. Tu tantū paterna gratia nr̄m ꝓuehas munus: ita et laboris mei primitias doctissimo iudicio cōsecrabis: et nō maiore censebitur auctor merito q̄ probator.

Incipiūt capitula libri primi.

351

Proemium in quo diuisio mathematice. Caplm. 1.



Nter omnes prisce auctoritatis viros: qui pythagora duce puriore mẽtis ratione vi guerunt: cõstare manifestũ est haud quẽquã i philosophie disciplinis ad cumulũ perfectiõis euadere: nisi cui talis prudẽtie nobilitas quodã q̃si quadruuio vestigat. Quod recte solertiã intuentis non latebit. Est eni sapiẽtia rez que sunt suique imutabilẽ substantiã sortiunt: cõprehẽsio veritatis. Esse aũt illa dicimus que nec intentione crescũt: nec retractione minuunt: nec variationibus permutant: sed in ppria semp vi sue se nature subsidijs nixa custodiunt. Hec aũt sunt qualitates: quãtitates forme: magnitudines: paruitates: equalitates: habitudines: actus: dispositiones: loca: tempora: et quicqd adunatũ quodãmodo corporibus inuenitur. Que ipsa quidez natura incorporea sunt et imutabilis substãtie ratione vigentia: participatione vero corporis permutantur: et tactu variabilis rei in uertibilem incõstantiã transeũt. Hec igitur quoniã

vt dictū est natura īmutabilē substā
tiā vimqȝ sortita sunt: vere proprieqȝ
esse dicunt. Horuȝ igitur id est quę
sūt proprie: quęqȝ suo nomine essen-
tię nominant scientiā sapientia pfi-
tetur. Essentię autē geminę partes
sunt: vna cōtinua τ suis partib⁹ iun-
cta: nec vllis finibus distributa: vt ē
arbor: lapis: τ omnia mūdi hui⁹ cor
pora quę proprie magnitudines ap
pellant. alia vero disiuncta a se τ de
terminata partibus τ quasi aceruā-
tim in vnū redacta conciliū: vt grex:
populus: chorus aceruus: τ quicqd
quoȝ partes pprijs extremitatibus
terminant: τ ab alterius fine discre-
tę sunt. His propriū nomen est mul
titudo. Rursus mltitudinis alia sūt
p se vt tres vel quatuor: vel tetrago-
nus: vel quilibet numerus qui vt sit:
nullo indiget. Alia vero p seipsa nō
constant: sed ad quiddaȝ aliud refe
runt: vt duplū: vt dimidiū: vt sesqual
terū: vel sesquiterciuȝ et quicqd tale
est: qd nisi relatū sit ad aliud ipsum
esse nō possit. Magnitudinis vero
alia sunt manētia motuqȝ carentia.
alia vero quę mobili semp rotatio-
ne vertunt: nec vllis temporibus ac
quiescunt. Horū ergo illā multitudi
nē quę p se est: arithmetica speculat
integritas. Illaȝ vero quę ad aliqd
musici modulaminis tēperamenta
pernoscūt. Immobilis vero magni
tudinis: geometrica noticiā pollicet
Mobilis scientiā astronomicę disci
plinę peritia vendicauit. Quib⁹ qua
tuor partib⁹ si careat inquisitor: ve-
rū inuenire nō possit. ac sine hac qui
dē speculatione veritatis: nulli rectę
sapiendum est. Est eni sapientia ea-
rum rerum quę verę sunt: cognitio
τ integra comprehensio. Quod hic
qui spernit: id est has semitas sapiē
tię ei denuncio nō recte philosophā
dū. Siquidē philosophia est amor
sapientię: quā in his spernendis an
te contempserit. Illud quoque ad-
dendum arbitror quod cuncta vis
multitudinis ab vno progressa ter-
mino: ad infinita progressionis aug
menta concrescit. magnitudo vero
a finita inchoans quantitate modū
in diuisione non recipit. Infinitissi-
mas enim sui corporis suscipit secti-
ones. Hanc igitur naturę infinitatē
indeterminatamqȝ potentiam: phi
losophia sponte repudiat. Nihil eni
quod infinitum est: vel scientia po-
test colligi vel mente comprehendi.
Sed hinc sumpsit sibi ipsa ratio: in
quibus posset indagatricem verita-
tis exercere solertiam. Delegit enim
de infinitę multitudinis pluralitate
finitę terminū quantitatis: et inter-
minabilis magnitudinis sectione re
iecta: definita sibi ad cognitionem
spatia depoposcit. Cōstat igitur qs
quis hęc pretermiserit: omnē philo-
sophię perdidisse doctrinam. Hoc
igitur illud quadruuiuȝ est quo his
viandum sit quibus excellētior ani-
mus a nobis cum procreatis sensi-
bus ad intelligentię certiora perdu
citur. Sunt enim quidam gradus:
certęque progressionū dimensiones
quibus ascendi progredique possit:
vt animi illū oculum: qui vt ait pla-
to multis oculis corporalibus salua
ri constituique sit dignior. quod eo

solo lumine vestigari vel inspici ve-
ritas queat. Hunc inquã oculuꝫ de
mersum orbatũq; corporeis sensib⁹
hę discipline rursuꝫ illuminẽt. Quę
igitur ex his prima discenda est: nisi
ea quę principium matrisque quod
ammodo ad cęteras obtinet porti-
onem: hęc est aũt arithmetica. Hec
enĩ cunctis prior est: non modo qđ
hanc ille hui⁹ mũdanę molis condi
tor de⁹ primã suę habuit ratiocina-
tionis exemplar: ꝛ ad hanc cũcta cõ
stituit quęcũq; fabricante ratione p̄
numeros assignati ordinis inuene
re concordiam: sed hoc quoq; prior
arithmetica declarat̃: qđ quęcunq;
natura priora sunt: his sublatis: si-
mul posteriora tollunt̃. Qđ si poste-
riora pereant: nihil de statu prioris
substantię permutat̃. vt animal pri⁹
est homine. Nam si tollas animal:
statim quoq; hominis natura dele-
ta sit. Si hominẽ sustuleris: animal
nõ peribit. Et econtrario ea semper
posteriora sunt quę secũ aliud qđli-
bet inferunt. ea priora quę cũ dicta
sunt: nihil secũ de posterioribus tra
hunt. vt in eodẽ quoq; homine. Nã
si hominẽ dixeris: simul quoq; ani-
mal nominabis. Idem ẽ enĩ homo
qđ animal. Si animal dixeris: non
speciẽ simul hominis intulisti. Non
est enĩ idem animal qđ homo. Hoc
idem in geometrica vel in arithme-
tica videtur incurrere. Si enĩ nume
ros tollas: vnde triangulũ vel qua-
dratũ vel quicqđ in geometrica ver
sat̃: que omnia numerorũ denomi
natiua sunt. At vero si quadratũ tri
angulũq; sustuleris: omnisq; geome
trica consũpta sit: tres ꝛ quatuor: ali
orũq; numerorꝫ non peribunt voca
bula. Rursum cũ aliquã geometri-
cã formã dixero: est illi simul nume-
rorũ nomẽ implicitũ. Cũ numeros
dixero nondũ vllã formã geometri
cã nominaui. Musica vero quã pri
or sit numerorũ vis: hinc maxime p̄
bari potest: quod nõ modo illa: na
tura priora sunt quę per se constant
quã illa quę ad aliquid referunt̃: sꝫ
etiaꝫ ea ipsa musica modulatio nu-
merorꝫ nominib⁹ annotat̃. Et idem
in hac euenire potest: qđ in geome-
trica predictũ est. Diatesseron enim
ꝛ diapẽte: ꝛ diapason: ab antecedẽ
tis numeri noĩb⁹ nũcupant̃. Ipsorũ
quoq; sonorꝫ aduersus se ꝓportio: so
lis neq; alijs numeris inuenit̃. Qui
enĩ sonus in dyapason symphonia
est: idem duplicꝭ numeri ꝓportione
colligit̃. Que dyatesseron est modu
latio: epitrita collatione componit̃.
Quã dyapente symphoniã vocant:
hemiolia medietate coniungit̃. Qui
in numerꝭ epogdous est: id est ton⁹
ĩ musica. Et ne singula ꝑseq laborẽ
hui⁹ operis sequẽtia quãto prior sit
arithmetica sine vlla dubitatiõe mõ
strabit. Sphericã vero atq; astrono
micã tãto p̄cedit: quãto duę reliquę
disciplinę hanc tertiã natura prece-
dunt. In astronomica enim: circuli
sphera: centrum: paraleliq; circuli
mediusque axis est: quę omnia ge-
ometricę disciplinę cura sunt. Qua-
re est etiam ex hoc ostendere senio-
rem geometricę vim quod omnis
motus est post quietem: et natura
semper statio prior est. Mobilium

vero astronomia: immmobilium geometrica doctrina est: vel quod armonicis modulationib⁹ motus ipse celebratur astrorum. Quare constat quoque musicę vim astrorū cursus antiquitate p̄cedere: quā superare natura arithmeticā dubiū nō est: cū prioribus quā illa ē antiquior videat̄. Proprie tamen ipsa numerorū natura: omnis astro℞ cursus: omnisq̄ȝ astronomica ratio cōstituta ē. Sic enī ortus occasusque colligim⁹ sic tarditates velocitatesque errātiū siderum custodimus: sic defectus ⁊ multiplices lunę variationes agnoscimus. Quare qm̄ prior vt claruit arithmeticę vis est: hinc disputationis sumamus exordium.

De substantia numeri. Cap̄. 2.



Omnia quęcūque a p̄meua re℞ natura cōstructa sūt: numero℞ vident̄ ratione formata. Hoc enī fuit principale in animo cōditoris exemplar. Hinc enī quatuor elemētorū m̄ltitudo mutuata est: hinc temporū vices: hinc motus astrorū celique conuersio. Quę cum ita sint cūque omniū status: numero℞ colligatione fungat̄: eū quoque numerū necesse est in ꝓpria semꝑ sese habentē ęqualiter substantia ꝑmanere: eū que cōpositū non ex diuersis. Quid enī numeri substantiā ꝯiungeret: cū ipsius exemplū cuncta iunxisset: sed ex seipso videtur esse cōposit⁹. Porro aūt nihil ex similibus cōponi videtur: nec ex his quę nulla rationis ꝓportione iungunt̄: ⁊ a se omni substantia naturaque discreta sunt. Cōstat ergo quoniam coniunctus est numerus: neque ex similibus esse cōiunctū: neque ex his quę ad se inuicē nulla ratione ꝓportionis hęrent. Erunt ergo numeros prima quę cōiungant ad substantiam quidē quę constent: semꝑque permaneāt. Neque enī ex non existentib⁹ effici quicquā potest: ⁊ sūt ipsa dissimilia ⁊ potentia cōponendi. Hęc aūt sunt qb⁹ numerus constat: par atque impar. Quę diuina quadā potētia cū dispa ria sint ꝯtrariaque: tamē ex vna genitura ꝓfluunt: ⁊ in vnā cōpositionē modulationēque iungunt̄.

De diffinitione numeri et diuisione paris ⁊ imparis. Cap̄. 3.



Et primū quid sit numerus diffiniendū est. Numerus est vnitatum collectio: vel quātitatis aceruus ex vnitatibus ꝓfusus. Huius igitur prima diuisio est: in imparem atque parem. Et par quidē ē: q̄ pōt in ęqualia duo diuidi vno medio non intercidēte: impar vō quē nullus in ęqualia diuidit q̄ð in medio p̄dict⁹ vn⁹ intercidat. Et hęc qdē huiusmodi diffinitio vulgaris est ⁊ nota.

Diffinitio numeri paris ⁊ imparis scd̃m pythagorã. Cap̃.4.



Lla aũt scd̃m pytagoricã disciplinam talis ẽ. Par numerus est q̃ sub eadez diuisiõe põt in maxima paruissimaq₃ diuidi: maxima spacio: paruissima quantitate: secundum duoꝝ istoꝝ generũ cõtrarias passiones. Impar v̄o numerus est: cui hoc quidẽ accidere non põt: sed cuiꝰ in duas inęquales sũmas naturalis est sectio. Hoc est aũt exemplar. ut si quislibet datus par numerus diuidatur: maioꝛ quidez quãtũ ad diuisionis spacia pertinet nõ inuenieẽ quã discreta medietas. quãtitate v̄o nulla minoꝛ fit: quã in gemina facta partitio. vt si par numerus qui est. 8. diuidatur in. 4. atque alios. 4. nulla erit alia diuisio quę maiores partes efficiat. Porro aũt nulla erit alia diuisio quę totuz numeꝝ minore diuidat quãtitate. In duas enĩ partes diuisioue nihil minus est. Cũ enĩ totũ quis fuerit trina diuisione partitus: spacij quidez sũma minuiẽ sed numerus diuisionis augeẽ. Quod aũt dictũ est scd̃m duoꝝ generũ contrarias passiones huiusmodi est. Prędocuimus eniz quãtitatẽ in infinitas pluralitates accrescere: spacia vero id est magnitudines in infinitissimas minui paruitates: atque ideo hic cõtra euenit hęc nãque paris diuisio: spacio est maxima paruissima quãtitate.

Alia scd̃m antiquiorẽ moduz diuisio paris ⁊ imparis. Cap̃.5.



Ecũdũ antiquiorez v̄o modũ alia ẽ paris numeri definitio. Par numerꝰ est qui ĩ duo equalia: ⁊ in duo ĩequalia partitionem recipit: sed ut in neutra diuisione: vel imparitati paritas: uel paritati imparitas misceatur: pręter solũ paritatis principem binariũ numerũ qui inęqualẽ nõ recipit sectionẽ: propterea quod ex duabus vnitatibus constat ⁊ ex prima duorum quodãmodo paritate. Quod autez dico tale est. Si eniz ponaẽ par numerus: põt in duo equalia diuidi: ut denariꝰ diuidiẽ in quinos. Porro aũt ⁊ per inęqualia ut idez denarius in. 3. ⁊ in. 7. Sed hoc modo ut cuz vna pars fuerit diuisionis par: alia quoq₃ par inueniatur: et si vna impar: reliqua ab eiꝰ imparitate nõ discrepet. vt ĩ eodẽ numero qui est denarius. Cum enim diuisus est in quinos: vel cuz in. 3. ⁊ in. 7. vtręque in vtraque portiõe partes impares extiterunt. Si aũt ipse vel alius numerus par diuidatur in ęquales: ut octonarius in. 4. ⁊ in. 4. ⁊ item p̄ inequales vt idem octonarius in. 5. ⁊ in. 3. in illa quidẽ diuisiõe vtręque partes pares factę sunt: in hac vtręque impares extiterũt. Neq₃ vnquã fieri põt: vt cuz vna pars diuisionis par fuerit: alia impar ĩueniri queat at cum vna impar fit: alia par possit intelligi. Impar v̄o numerus est

qui ad quālibet illam diuisionez: p inęqualia semper diuidit: ut vtrasq3 species numeri semp ostendat: nec vnquā altera sine altera sit: sed vna pars paritati: imparitati alia deputat. ut. 7. si diuidas in. 3. ⁊ in. 4. altera portio par: altera impar est. Et hoc idē in cūctis imparibus numeris inuenit. Neque vnquā in imparis diuisione preter se esse possunt hę geminę species quę naturaliter vim numeri substātiāque cōponūt.

Diffinitio paris ⁊ imparis per alterutrum. Cap. 6.



Quod si hec etiaz p alterutras species definienda sunt: dicet imparē numeruz esse qui vnitate differt a pari: vel incremēto: vel deminutione. Itē par numerus est q vnitate differt ab impari vel incremento vel deminutione. Si eni pari vnū dempseris vel vnū adieceris: impar efficit: vel si impari idem feceris: par continuo pcreatur.

De principalitate vnitatis. Cap. 7.



Omnis quoq3 numerus circū se positorū ⁊ naturali sibimet disposi tione iunctoꝝ medietas est. Et qui sup duos illos sūt q medio iungunt si componant: etiaz ipsoꝝ supradictus numerus media portio est. ⁊ rursus illoꝝ qui sunt super secundo loco iūctos cuz ipsi quoque sint compositi prior his numerus medietatis loco est: ⁊ hoc erit vsque duz occurrēs vnitas terminuz fecerit. Ut si ponat quis quinariū numerū altrinsecus circa ipsūz sunt supra. 4. inferius sex. Hi ergo si iūcti sunt: faciūt. 10. quorū. 5. numerus medietas est. Qui aūt circa ipos id est circa. 6. ⁊. 4. sunt. 3. scilicet et. 7. idem si iuncti sūt eorum quinarius numerus medietas est. Rursus istoꝝ qui altrinsecus positi sunt si iungant: etiā hi quinarij numeri dupli sunt. Nam super. 3. sunt 2. sup. 7. sunt. 8. Hi ergo si iuncti sūt faciunt. 10. quoꝝ quinarius rursus medietas est. Hoc idē in omnibus numeris euenit: vsque dum ad vnitatis terminum pueniri queat. Sola eniz vnitas circū se duos terminos non habet: atque ideo eius qui est prope se solius est medietas. Nam iuxta vnum solus est binarius naturaliter constitutus cuius vnitas media pars est. Quare constat primuz esse vnitatez cunctorum qui sunt in naturali dispositionę numerorum ⁊ eam rite totius quāuis prolixę genitricem pluralitatis agnosci.

Diuisio paris numeri. Cap. 8.


Aris autem numeri species sunt. 3. Est enim vna que dicit pariter par: alia vero pariter impar. tertia impariter par Et contraria quidem: locaque optinentia summitatum: videntur esse pariter par: et pariter impar. Medietas autem quedam que vtrorumque participat est numerus qui vocatur impariter par:

De numero pariter pari eiusque proprietatibus. Cap. 9.


Ariter par numerus est: qui potest in duo paria diuidi: eiusque pars in alia duo paria partisque pars in alia duo paria: vt hoc totiens fiat: vsque dum diuisio partium ad nuisibilem naturaliter perueniat vnitatem. Ut. 64. numerus habet medietatem. 32. hic autem medietatem. 16. hic vero. 8. hunc quoque quaternarius in equa partitur qui binarij duplus est. sed binarius vnitatis medietate diuiditur. que vnitas naturaliter singularis non recipit sectionem. Huic numero videtur accidere vt quecunque eius fuerit pars cum nomiue ipso vocabuloque pariter par inueniatur: tum etiam quantitate. Sed ideo mihi videtur hic numerus pariter par vocatus: quod eius omnes partes et nomine et quantitate pares pariter inueniantur. Quomodo autem et nomine et quantitate pares habeat partes hic numerus post dicemus. Horum autem generatio talis est. Ab vno enim quoscunque in duplici proportione notaueris: semper pares pariter procreantur. Preter hanc autem generationem ut nascantur aliter impossibile est. Huius autem rei tale videtur per ordinem descriptionis exemplum. Sintque cuncti duplices ab vno. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. atque hinc si fiat infinita progressio: tales cunctos inuenies. factique sunt ab vno in duplici proportione: et omnes sunt pariter pares. Illud autem non minima consideratione dignum est: quod eius omnis pars ab vna parte quacunque que intra ipsum numerum est denominatur: tantamque summam quantitatis includit: quota pars est alter numerus pariter paris illius qui eum continet quantitate. Itaque fit ut sibi partes ipse respondeant: ut quota pars vna est: tantam habeat altera quantitatem: et quota pars ista est: tantam in priore summam necesse sit multitudinis inueniri. Et primum fit si pares fuerint dispositiones: ut due medie partes sibi respondeant. post vero que super ipsas sunt sibi inuicem conuertantur: atque hoc idem fiat donec vterque terminus extremitates incurrat. Ponatur enim pariter paris ordo ab vno vsque. 128. hoc modo. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. et ea sit summa maxima. In hac igitur quoniam pares dispositiones sunt: vna medietas non potest inueniri. Sunt igitur due: id est. 8. et. 16. que considerande sunt queadmodum ipse sibi respondeant. Totius enim summe id est 128. octaua pars est. 16. sextadecima. 8. Rursus super has partes que sunt: ipse sibi inuicem respondebunt:

id est.32.et.4..Naȝ.32. quarta ps ē toti⁹ sūmę .4. vō trigesimasecūda Rursus sup has partes.64.secūda pars est .2. vero sexagesimaquarta. Donec extremitates limitem faciant: quas dubium non est eadem responsione gaudere. Est enim omnis summa semel. 128. vnus vero centesimus vigesimus octauus. Si autem impares terminos ponamus id est summas: idem enim terminos quod sūmas nomino: scdm imparis naturā potest vna medietas inueniri: atque vna sibi ipsa est responsura. Si enim ponat̃ hic ordo. 1.2.4.8. 16.32.64. vna erit sola medietas id est.8. Qui.8. summę toti⁹ps est octaua ⁊ sibiipsi ad denominationē quantitatēque conuertit̃. Eodēque modo sicut superius circa ipsuȝ qui sunt termini: donant sibi mutua nomina scdm proprias quantitates vocabulumque permutant. Nam.4. sextadecima pars est totius summe. 16.vero quarta. Et rursus super hos terminos .32. secunda pars est totius summę .2. vero trigesima secunda: ⁊ semel tota summa.64.sunt: sexagesimaquarta vero vnitas inuenit̃. Hoc igitur est quod dictum est: omnes ei⁹partes ⁊ nomine ⁊ quantitate pariter pares inueniri. Hoc quoque multa consideratione: multaque constantia diuinitatis perfectum est: ut ordinatim disposite minores summę in hoc numero ⁊ super seipsas coaceruatę: sequēti minus vno semper equent̃. Si enim vnum iungas his qui sequunt̃ duobus: fiunt.3.id est qui vno minus quaternario cadūt. Et si superiorib⁹ addas .4. sunt.7. qui ab octonario sequente sola vnitate vincuntur. Sed si eosdem.8.supradictis adiunxeris. 15.fient. qui par. 16.numeri existeret quantitati: nisi minor vnitas impediret. Hoc autem prima etiam numeri progenies seruat atq; custodit. Namque vnitas quę prima est: duobus sibi sequentibus sola est vnitate contractior: vnde nihil mirum est: totum summę crementū proprio consentire principio. Hęc aūt nobis cōsideratio maxime proderit in his numeris cognoscendis quos superfluos vel imminutos perfectosque monstrabimus. Illic enim coaceruata quantitas partium: numeri totius termino cōparat̃. Illud quoque nulla possumus obliuione trāsmittere: quod in hoc numero respondentibus sibi inuiceȝ partibus multiplicatis: maior extremitas eiusdeȝ numeri summaque conficit̃. Et primum si pares fuerint dispositiones medij multiplicant̃: atque inde qui super ipsos sunt: vsque ad supradictas extremitates. Si enim fuerint pares dispositiones: scdm naturaȝ paris duos in medio terminos cōtinebunt: ut in ea dispositione numerorum in qua extremus terminus. 128.finitur. In hoc enim numero medietates sūt .8.scȝ et. 16. q̄ ī se multiplicatę: maioris sūmā crescēte pluralitate ꝯficiēt. Octies eni 16.uel sedecies.8.si mltiplices. 128 sūma ꝯcrescit. Atq; hi numeri q sup eosdē sūt si multiplicent̃ ideȝ faciūt

Nam.4.et.32. in se si multiplices: supradictā faciēt extremitatē.4.enī trigies et bis:vel quater.32. ducti: 128.inmutabili necessitate cōplebūt. Atque hoc vsque ad extremos terminos cadit:id est. 1.z. 128.Semel enī extrem⁹ termin⁹. 128.est. Cēties vigies atque octies vnitate multiplicata:nihil de priore quātitate mutabit̄. Si aūt impares fuerint dispositiones:vnus medius termin⁹ inuenit̄:atque ipse sibi ꝓpria multiplicatione respondet. In eo nāque ordine numeroꝝ: vbi extremus termin⁹ 64.pluralitate concludit̄:sola inuenit̄ vna medietas:id est.8.Quam si octies id est in semetipsam multiplices.64.explicabit.Atque idem reddunt illi qui sup hanc medietatē sūt ut dudū hi qui super duas positi faciebant. Naʒ quater. 16.64.sunt:z sedecies.4.ideʒ complent. Rursus bis.32.facti a.64.non discedunt: z trigies bis duo:eosdē cumulāt: z semel.64.uel vnitas sexagies quater multiplicata: eundem numerū sine vlla varietate restituent.

De numero parit̄ impari eiusque proprietatibus. Cap. 10.



Ariter aūt impar numer⁹ est qui z ipse quidē paritatis naturā substantiam que sortitus ē: sed in contraria diuisione: nature numeri pariter paris opponit̄.Docebitur nāque ꝙ longe hic dissimili ratione diuidatur. Nam quoniā par est in partes equales recipit sectionem partes vero eius mox indiuisibiles atque insecabiles permanebunt: ut sunt.6. 10. 14. 18.22. z his similes. Mox enim hos numeros si in gemina fueris diuisione partitus: incurris in imparem quem secare nō possis. Accidit auteʒ his qđ omnes partes contrarie denominatas habent :ꝙ sunt quantitates ipsarum partium quę denominant̄. Neque vnquā fieri potest:ut quęlibet pars huius numeri:eiusdē generis denominationē quātitatēque suscipiat. Semper enim si denominatio fuerit par:quantitas partis erit impar: et si fuerit denominatio impar:quātitas erit par:ut in. 18.secunda eius pars est:id est media quod paritatis nomen est .9. quę impar est quātitas. Tertia vero quę impar est denominatio:sex :cui par pluralitas ē Rursus si cōuertas sexta pars quę par est denominatio : tres sunt: sed ternarius impar est. Et nona pars quod impar ē vocabulū.2.qui par numerus est. Atque ideʒ in alijs cūctis qui sūt pariter impares inuenit̄ Neque vnquā fieri potest:ut cuiuslibet partis: sit eiusdē generis nomē z numerus. Fit aūt hoꝝ procreatio numeroꝝ:si ab vno disponant̄ quicūque duobus differūt: id est omnibus imparibus naturali sequentia atque ordine cōstitutis. Nāque hi si per binariū numerū multiplicent̄ omnes pariter impares:rite plura-

litas dimensa efficiet. Ponatur enim prima vnitas. 1. et post hunc qui ab hoc duobus differt: idest tres: et post hunc qui rursus a superiore duobus id est. 5. et hoc in infinitum: et sit huiusmodi dispositio. 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. Hi ergo naturaliter sequentes impares sunt: quos nullus in medio par numerus distinguit. hos si per binarium numerum multiplices: efficies hoc modo. bis vnum id est. 2. qui diuiditur quidem: sed eius partes indiuisibiles reperiuntur: propter insecabilis vnitatis naturam. Bis. 3. bis. 5. bis. 7. bis. 9. bis. 11. et deinceps ex quibus nascuntur hi. 2. 6. 10. 14. 18. 22. Quos si diuidas: vnam recipiunt sectionem: ceteram repudiantes: quod secunda diuisio ab imparis medietate partis excluditur. His autem numeris ad se inuicem quaternarij sola distantia est. Namque inter duo et sex numeros. 4. sunt. Rursus inter 6. et. 10. et inter. 10. et. 14. et inter. 14. et. 18. idem quaternarius differentiam facit. Hi nanque omnes quaternaria sese numerositate transcendunt. Quod idcirco contingit: quoniam primi qui positi sunt id est eorum fundamenta: binario se numero precedebant: quos quoniam per binarium multiplicauimus: in quaternarium numerorum creuit illa progressio. Duo enim per bis multiplicati: quaternarij faciunt summam. Igitur in naturalis numeri dispositione: pariter impares numeri quinto loco a se distant: solis: 4. se precedunt. 3. in medio transeuntes per binarium numerum multiplicatis imparibus procreati. Contrarie vero esse dicuntur he species numerorum: id est pariter par: et pariter impar. quod in numero pariter impari sola diuisionem recipit maior extremitas: in illo vero solus minor terminus sectione solutus est. et quod in forma pariter paris numeri: ab extremitatibus incipienti: et vsque ad media progredienti quod continetur sub extremis terminis idem est illi quod continetur sub intra se positis summulis. Atque hoc idem vsque ad duas medietates fuerit ventum in dispositionibus scilicet paribus. Si autem fuerint impares dispositiones quod ab vna medietate conficitur hoc idem sub altrinsecus positis partibus procreatur. Atque hoc vsque dum ad extremitates processio fiat In ea enim dispositione que est. 2. 4. 8. 16. idem reddunt. 2. per. 16. multiplicati: quod. 4. per octonarium numerum ducti. Utroque enim modo 32. fient. Quod si impar sit ordo ut est. 2. 4. 8. idem facient extremi quod medietas. Bis enim. 8. sunt. 16. quatuor quater sunt. 16. qui numerus a quaternario in se ducto perficitur. In numero vero pariter impari si fuerit vnus in medio terminus: circum se positorum terminorum si in vnum redigantur medietas est. Et idem eorum qui super hos sunt terminos medietas est. Atque hoc vsque ad extremos omnium terminorum vt in eo ordine qui est pariter imparium numerorum. 2. 6. 10. iunctus binarius cum denario 12. explet. cuius senarius medietas inuenitur. Si vero fuerint due medietates iuncte: ipse vtreque equales erunt

super se terminis constitut(.ut est in hoc ordine.2.6. 10. 14. Juncti eniz 2.z. 14.in. 16. crescunt: quos sena/rius cuz denario copulatus efficiet Atque hoc in numerosioribus ter/minis initio sumpto a medijs eue/nit vsque duz ad extrema veniat.

De numero impariter pari eiusque proprietatibus. Cap. 11.



Mpariter par nu/mer⁹ est ex vtrisque cōfectus z medietatis loco gemina ex/tremitate concludi tur.ut qua ab vtro/que discrepet:eadē ad alterutrū cognatione iungatur. Hic aūt talis ē qui diuidit in equas partes. cuiusque pars in alias eq̄s diuidi pōt: z etiaz aliquādo partes partiū diuidunt:sed nō ut vsque ad vnitatem progrediat equabilis illa distinctio:ut sunt.24.z.28. Hi eniz possunt in medietates diuidi: z eo/ruz rursus partes in alias medieta/tes sine aliqua dubitatione soluunt. Sunt etiam quidā alij numeri quo/rū partes alias recipiunt diuisiones sed ipsa diuisio ad vnitatē vsque nō puenit. Igitur in eo quod plus q̄ꝫ vnā suscipit sectionē:habet sīltudi/nem pariter paris:sed a pariter im/pari segregat. In eo vō quod vsque ad vnū sectio illa non ducit:pariter imparē nō refutat:sed a pariter pa/ri disiungit. Contingit aūt huic nu/mero z vtraque habere que supio/res nō habent: z vtraque que illi re/cipiunt optinere. Et habet quidem quod vtrique non habent:quod cū in vno solus maior terminus diui/deret: in alio vero solus minor ter/minus non diuideret:in hoc neque solus maior terminus diuisionē re cipit: neque minor solus termin⁹ a diuisione seiungit. Naz z partes sol uunt z vsque ad vnitatez sectio illa nō puenit. sed ante vnitatem inue/nitur terminus quem secare nō pos sis. Optinet aūt que illi quoq̄ꝫ reci/piunt: quod quedā partes eius re/spondent:denominantque scđm ge nus suū ad propriā quantitatē: ad similitudinez scilꝫ pariter paris nu/meri. Alie vero partes cōtrariā de/nominationē sumunt proprie quan titatis ad pariter imparis scilicꝫ for mam. In.24.enim numero par est quātitas partis a pari numero de/nominata. Nam quarta .6. secūda vero. 12. sexta vero.4. duodecima 2.que vocabula partiū a quantita/tis paritate nō discrepant. Contra/rie vero denominant cū tertia pars octo:octaua vō .3.vigesima autem quarta. 1.q̄ denominatiōes cū pa/res sint inueniunt impares quanti/tates.z cum sint pares summe:sunt impares denominatiōes. Nascunt aūt tales numeri ita ut substantiaz naturāque suam in ipsa etiaz ppria generatione designēt:ex pariter pa ribus z pariter imparibus procrea/ti. Pariter eniz impares cuncti du dum ordinatim positis imparibus nascebantur. pariter vero pares ex duplici pgressione. Disponant igit omnes in ordinem naturaliter im/

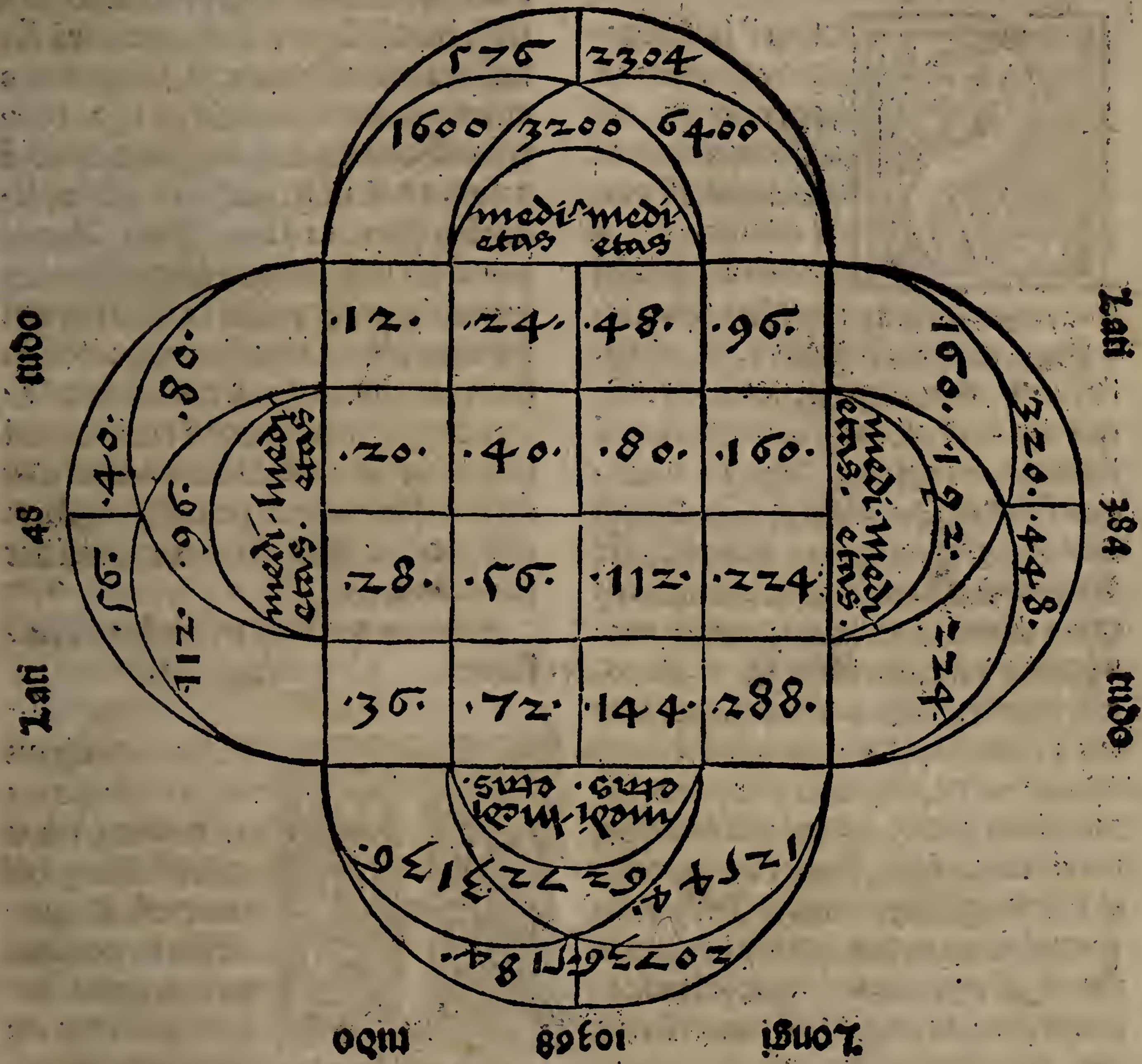
pares et sub his a quatuor inhoātes omnes duplices et sint hoc modo.

3	5	7	9	11	13
4	8	16	32	64	128

His igitur ita positis: si primus primi multiplicatione cōcrescat: id est si quaternarij ternarius: uel si idem primus secūdi: id est octonarij ternarius vel si idē primus tertij idest 16. ternari⁹ et idem vsq; ad vltimū: uel si secūdus primi et secūdi: ul' si secundus tertij et eadē vsque ad extremū multiplicatio pferat. uel si terti⁹ a primo inchoās vsque in extremū trāseat. Atque ita quartus et omnes in ordinē superiores multiplicent eos qui sub ipsis in dispositione sūt omnes impariter pares procreabūt Huius aūt rei tale sumamus exemplū: si tres quater multiplices. 12. fient: uel si. 5. quatuor multiplicent 20. numerus excrescet: uel si itē. 7. multiplicent. 4. 28. succrescet: atque hoc vsque in finē. Rursus si. 8. multiplicent. 3. nascent. 24. Si. 8. in. 5. fiunt. 40. si. 8. in. 7. colligentur. 56. Atque ad hunc modū si omnes inferiores duplices: a superiorib⁹ multiplicent: uel si superiores eosdē inferiores multiplicent: cūctos qui nati fuerint impariter pares inuenies Atq; hęc est admirabilis huius numeri forma. quod cum fuerit ipsa dispositio descriptioque pspecta numerorū: ad latitudinem pariter impariū: ad longitudinem pariter parium numerorū proprietas inuenit. Sunt enim duabus medietatibus ęquales duę extremitates: uel vna medietate duę duplices extremitates. In lōgitudinē vero pariter paris numeri: rem pprietatēq ue designat. Quod enim sub duabus medietatibus cōtinet: ęquale est ei qd sub extremis cōficitur. uel quod ab vna medietate nascit: ęquale est illi quod sub vtrisque extremitatib⁹ cōtinet. Descriptio aūt quę supposita ē: hoc modo facta ē. Quātoscūque in ordine pariter parium numerorū ternarius numerus multiplicauit: quicūque ex eo procreati sunt: primo sunt versu dispositi. Rursus qui eosdem multiplicante quinario nati sunt: secundo loco constituti sunt. Post vero quos septenari⁹ cęteros multiplicando procreauit: eosdem tertio cōscripsimus loco: atque idē reliqua descriptionis parte perfecimus.

In hac formula sequenti similitudo pariter paris et pariter imparis ad impariter paris ostendit.

	3	5	7	9	
	4	8	16	32	



Longi 1152 tudo
576
2304
1600
3200
6400
medi etas
medi etas
·12·
·24·
·48·
·96·
·20·
·40·
·80·
·160·
·28·
·56·
·112·
·224
·36·
·72·
·144·
·288·
Lati 48 tudo
·80·
·40·
·96·
·56·
·112·
medi etas
medi etas
Lati 384 tudo
160·
320·
192·
448·
224·
medi etas
medi etas
medi etas
medi etas
12544
6272
3136
20736
5184
Longi 10368 tudo

Descriptiõis ad ĩpariter paris in latitudine: in longitudine ad pariter paris naturam pertinentis expositio. Cap. 12.



Uperi⁹ igit̃ digesteq̃ descriptionis hęc ratio est. Si ad latitudinez respicias: vbi ē duorũ terminoꝝ vna medietas: ipsosq̃ terminos iungas: duplos eos medietaté propria repies vt. 36. et. 20. faciunt. 56. quoꝝ medietas est. 28. qui medius est inter eos termin⁹ cõstitutus. Et rursus. 28. et. 12. si iungas faciunt. 40. quoꝝ. 20. medietas medius eoꝝ terminus inuenit̃. At v̾o ubi duas medietates habẽt: vtręque extremitates iunctę: vtrisq̃ medietatib⁹ ęquales fiunt ut. 12. et. 36. cuz iunxeris fiũt. 48. hoꝝ si medietates sibimet applicaueris id est. 20. ⁊ 28. idem erit. atque in alia parte latitudinis eodez ordine qui fiant numeri notati sunt. Neq̃ vlla in re ratio vtriusq̃ latitudinis discrepabit: idemque in eodez ordine in cęteris numeris ꝑnotabis. ⁊ hoc sc̃dm formam pariter imparis numeri fit: in quo hanc ꝓprietatez esse supra iam scriptũ est. Rursuz si ad lõgitudinez respicias vbi duo termini vnaz medietaté habẽt quod fit ex multiplicatis extremitatib⁹: hoc fit si medi⁹ terminus suę capiat pluralitatis augmenta. Nã duodecies. 48. faciunt 576. Medius v̾o eoꝝ termin⁹ id est 24. si multiplicet̃: eosdẽ rursus. 576. ꝓcreabit. Et rursus si. 24. in. 96. multiplicent̃ faciũt. 2304. Quoꝝ medi⁹ termin⁹ id est. 48. si in semetipm̃ ducat̃: idem. 2304. ꝓcreant̃. Ubi autez termini duo duas medietates ĩcludunt: qđ fit multiplicatis extremitatib⁹: hoc idẽ reddit̃ in alterutrã sũmã medietatib⁹ ductis. Duodecies enim. 96. multiplicatis. 1152. procreant̃: due v̾o eoꝝ medietates id ē 24. et. 48. si in semetipsas multiplicent̃: eosdez. 1152. restituẽt. Atque hoc ē ad imitationez cognationẽq̃ numeri pariter paris: a quo participatione tracta hęc ei recognoscit̃ ingenerata ꝓprietas. Et in alio v̾o latere longitudinis: eadẽ ratio descriptioq̃ notata est. Quare manifestũ est hunc numeꝝ ex priorib⁹ duobus esse procreatũ: quoniã eoꝝ retinet proprietates.

De numero impari eiusque diuisione. Cap. 13.



Mpar quoq̃ numerus est: q a paris numeri natura substãtiaq̃ disiunct⁹ est. Siquidẽ ille in gemina mẽbra ęqua diuidi põt: hic ne secari queat vnitatis impedit interuẽtus. Tres habet similit̃ sub diuisiones. quaꝝ vna ei⁹ pars est is numerus qui vocat̃ prim⁹ ⁊ incõposit⁹ Sc̃da v̾o qui est secũdus ⁊ cõposit⁹ Et tertia is qui quadã hoꝝ medietate cõiunctus est: ⁊ ab vtriusq̃ cognatione aliquid naturalit̃ trahit q est ꝑ se quidẽ secũdus ⁊ cõpositus: sed ad alios comparatus primus ⁊

incōpositus inuenit̃.

De primo ⁊ incōposito. Cap. 14.



T primus quidē ⁊ incōpositus est q̄ nullā aliā ꝑtē habꝫ nisi eā que a tota nūeri quātitate denominata sit. vt ip̄a pars nō sit nisi vnitas ut sūt .3.5.7.11. 13.17.19.23.29.31. In his ğ singulis nulla vnq̄ꝫ alia ꝑs inueniet̃: nisi que ab ip̄is denoīata est: ⁊ ip̄a tantū vnitas ut supra iā dictū ē. In tribus eni vna ꝑs sola est: id est tertia: q̄ a trib⁹ scꝫ denoīata est: ⁊ ip̄a tertia ꝑs vnitas. Eodēq̄ʒ mō quinarij sola quinta ꝑs est: ⁊ hec vnitas. atque ideʒ in singulis cōsequēs reperiet̃. Dicit̃ aūt prim⁹ ⁊ incōposit⁹ qđ nullus eū alter numerus metiat̃: preter solā que cunctis mater est vnitatē. Nāq̄ʒ ternariū .2. nō numerāt: idcirco qm̄ si solos duos ꝯtra tres cōpares pauciores sunt. Sin v̄o binariū bis facias: ampliorē trib⁹ cōcrescit i 3. Metit̃ aūt numer⁹ nūeꝝ: quotiēs uel semel ul' bis uel tertio ul' quotiens libet numer⁹ ad numeꝝ ꝯparat⁹ neq̄ʒ deminuta sūma neq̄ʒ aucta ad cōparati nūeri terminū vsq̄ʒ ꝑuenit ut duo si ad .6. cōpares: binari⁹ numer⁹ senariū tertio metiet̃. primos ğ ⁊ incōpositos null⁹ numer⁹ metiet̃: p̄ter vnitatē solā. qm̄ ex nullis alijs nūeris cōpositi sūt sꝫ tm̄ ex vnitatib⁹ in semetip̄is auctis mltiplicatisq̄ʒ ꝓcreant̃. Ter eni vn⁹ .3. ⁊ q̄nq̄es vnus q̄nq̄ʒ. ⁊ septies vn⁹ .7. fecerūt. Et alij q̄dē quos sup̄ descripsim⁹ eodē mō nascunt̃. Hi aūt in semetipsos multiplicati: faciūt alios nūeros velut primi. eosq̄ʒ primā reꝝ substātiā vimq̄ʒ sortitos: cūctoꝝ a se ꝓcreatoꝝ velut q̄dā elemēta repies. q2 scꝫ ⁊ incōpositi sūt: ⁊ simplici ḡnatione formati: atq̄ʒ i eos oēs q̄cūq̄ʒ ex his ꝓlati sūt nūeri resoluunt̃. ip̄i v̄o neq̄ʒ ex alijs ꝓducunt̃: neq̄ʒ i alia reducunt̃.

De secūdo ⁊ cōposito. Cap. 15.



S Ecūd⁹ v̄o ⁊ cōposit⁹ ⁊ ip̄e q̄dē impar ē ꝓptea, qđ eadē imparis ꝓprietate format⁹ ē: sꝫ nullā in se retinet sbstātiā p̄ncipalē cōpositusq̄ʒ ē ex alijs nūeris. habetq̄ʒ ꝑtes: ⁊ a seip̄o ⁊ ab alieno vocabulo denoīatas. sed a seip̄o denoīatā ꝑtē solā sp̄ i his inuenies vnitatē. ab alieno v̄o vocabulo vl' vnā: vl' quotlibꝫ alias: quāti fuerint scꝫ numeri q̄bus ille cōpositis ꝓcreat̃. vt sūt hi .9. 15. 21. 25. 27. 33. 39. Hoꝝ ğ singuli habēt q̄dē a se denoīatas ꝑtes ꝓprias scꝫ vnitates. vt .9. nonā id est .1. 15. q̄ntādecimā: eādē rursus vnitatē. ⁊ i ceteris quos sup̄ descripsim⁹ idē cōuenit. Habēt etiā ab alieno vocabulo ꝑtes. vt .9. tertiā: id est ternariū. ⁊ 15. tertiā: id ē .5. et q̄ntā: id est .3. 21 v̄o tertiā: id ē .7. septimā .3: ⁊ i oibus alijs eadē ꝯsequētia ē. Secūd⁹ aūt vocat̃ hic nūer⁹: qm̄ nō sola vnitate metit̃: sꝫ etiā alio nūero a quo scꝫ cōiunct⁹ est. Neq̄ʒ hꝫ i se quicquā prin-

cipalis intelligentie. Nam ex alijs numeris procreatur. 9. quidem ex tribus. 15. vero ex tribus et. 5. et. 21. ex tribus et. 7. et ceteri eodem modo. Compositus autem dicitur eo quod resolui potest in eosdem ipsos a quibus dicitur esse compositus: in eos scilicet qui compositum numerum metiuntur. Nihil autem quod dissolui potest incompositum est: sed omni rerum necessitate compositum.

De eo qui per se secundus et compositus ad alium primus et incompositus est. Cap. 16



His vero contra se positis: id est primo et incomposito: et secundo et composito et naturali diuersitate disiunctis: alius in medio considerata. qui ipse quidem compositus sit et secundus: et alterius recipiens mensionem: atque ideo et partis alieni vocabuli capax: sed cum fuerit ad alium eiusdem generis numerum comparatus: nulla cum eo comuni mensura coniungitur: nec habebunt partes equiuocas ut sunt. 9. ad. 25. nulla hos comunis numerorum mensura metitur: nisi forte vnitas que omnium numerorum mensura comunis est. Et hi quidem non habent equiuocas partes. Nam que in. 9. tertia est: in. 25. non est: et que in 25. quinta est: in nouenario non est Ergo hi per naturam vtrique secundi et compositi sunt: comparati vero ad seinuicem primi incompositique reddunt: quod vtrosque nulla alia mensura metitur nisi vnitas que ab vtrisque denominata est. Nam in nouenario nona est: in. 25. vigesima quinta.

De primi et incompositi: et secundi et compositi: et ad se quidem secundi et compositi ad alterutrum vero primi et incompositi procreatione. Cap. 17.



Generatio autem ipsorum atque ortus huiusmodi inuestigatione colligitur. quam scilicet eratostenes cribrum nominabat: quod cunctis imparibus in medio collocatis: per eam quam tradituri sumus artem: qui primi: quive secundi: quique tertij generis videantur esse distinguitur. Disponantur enim a ternario numero cuncti in ordinem impares: in qualibet longissimam porrectionem. 3. 5. 7. 9. 11. 13 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. 41. 43. 45. 47. 49. His igitur ita dispositis considerandum: primus numerus quem eorum qui sunt in ordine positi primum metiri possit. Sed duobus preteritis illum qui post eos est positus mox metitur. Et si post eundem ipsum quem mensus est: alij duo transmissi sunt: illum qui post duos est rursus metitur. Et in eodem modo si duos que reliquerit: post eos qui est a primo numero metiendus est. Eodemque modo relictis semper duobus a primo in infinitum pergentes metientur. Sed id

nō vulgo neque cōfuse. Nā primus numer⁹ illū qui est post duos scḋm se locatos ꝑ suam quātitatē metit̄. Ternarius enī numer⁹ tertio. 9. metit̄. Si aūt post nouenariū duos reliquero: qui mihi post illos incurrerit: a primo metiendus est per secūdi imparis quantitatē: id est ꝑ quinariū. Nā si post. 9. duos relinquaꝫ id est. 11. et. 13. ternarius numerus 15. metiet̄ ꝑ secūdi numeri quātitatē: id est ꝑ quinarij qm̄ ternari⁹. 15. quinquies metit̄. Rursus si a quindenario inchoans duos intermisero: qui posterior positus est: eius primus numerus mensura est ꝑ tertij imparis pluralitatē. Naꝫ si post. 15 intermisero. 17. et. 19. incurrit. 21. quē ternarius numerus scḋm septenariū metit̄. 21. enim numeri ternari⁹ septima pars est. Atqꝫ hoc in infinitū faciens: reperio primū numerū: si binos intermisero oēs sequentes post se metiri scḋm quātitatē positoꝝ ordine impariū numeroꝝ. Si vero quinarius numerus qui in secundo loco est ꝯstitutus: velit quis cuius prima ac deinceps sit mensura inuenire: trāsmissis. 4. imparibus quintus ei queꝫ metiri possit occurrit. Intermittant̄ enī. 4. impares id est. 7. et. 9. et. 11. et. 13. post hos est quintusdecimus: quē quinari⁹ metitur: scḋꝫ primi scꝫ quātitatē: id ē ternarij. quinqꝫ enī. 15. tertio metitur. Ac deinceps si quattuor itermittat eum qui post illos locatus est: secūdus id est quinarius sui quantitate metit̄. Nā post quindecim intermissis. 17. et. 19. et. 21. et. 23. post eos 25. reperio: quos quinarius scꝫ numerus sua pluralitate metit̄. Quinquies enī quinario ml̄tiplicato. 25. succrescūt. Si vō post hunc quilibet 4. intermittat: eadē ordinis seruata cōstantia: qui eos sequit̄ scḋm tertij idest septenarij numeri sūmā a quinario metiet̄. Atque hęc est infinita processio. Si vō tertius numer⁹ quē metiri possit exquirit̄: sex in medio relinquent̄: ⁊ quē septimū ordo mōstrauerit: hic per primi numeri id est ternarij quātitatē metiēdus est. Et post illuꝫ sex alijs interpositis: queꝫ post eos numeri series dabit: ꝑ quinariū id est ꝑ secūdū tertij eum mensura ꝑcurret. Si vō alios rursus sex in medio quis relinquat: ille qui sequit̄ per septenariū numerū ab eodem septenario metiēdus est: id est per tertij quantitatē. Atque hic vsqꝫ in extremū ratus ordo ꝑgredit̄. Suscipient ergo metiēdi vicissitudineꝫ: queadmodū sūt in ordinē naturaliter impares cōstituti. Metient̄ aūt si ꝑ pares numeros a binario ichoantes positos int̄ se impares rata intermissiōe trāsiliāt. vt prim⁹ duos: secūdus. 4. tertius. 6. quartus. 8. quintus. 10. Uel si locos suos ꝯduplicēt ⁊ scḋm duplicationē termīos intermittāt: vt ternari⁹ qui primus est numerus ⁊ vnus. (Oīs enī prim⁹ vnus est) bis locū suū multiplicet: faciatqꝫ bis vnū. Qui cū duo sint: prim⁹ duos medios trāseat. Rursus secūdus id est quinarius: si locū suū duplicet. 4. explicabit: hic quoqꝫ. 4. intermittat. Itē si septenarius qui tertius est locū suū duplicet: sex creabit. Bis enī

3. senariũ iungunt. hic ergo in ordi nem sex relinquat. Quartus quoq; si locũ suum duplicet. 8. succrescent. ille quoq; 8. transiliat. atq; hoc qui dem in ceteris pspiciendũ. Modũ aũt mẽsionis scdm ordinẽ colloca toꝝ ipsa series dabit. Nam primus primũ quem numerat: scdm primus numerat: id est scdm se. ⁊ scdm pri mus quem numerat: p scdm nume rat. ⁊ tertium p tertiũ. ⁊ quartũ item p quartũ. Cum aũt secundus men sionẽ susceperit primũ quem nume rat scdm primu metit. secundũ vo quẽ numerat p se: id est p secundũ ⁊ tertiũ p tertium. ⁊ in ceteris eadẽ similitudine mensura ꝯstabit. Alios ergo si respicias: vel qui alios men si sunt: vel qui ipsi ab alijs metiunt: inuenies omniũ simul cõmunẽ mẽ suram esse non posse. neque ut oẽs quẽquã aliũ simul numerent. quos dam aũt ex his ab alio posse metiri ita ut ab vno tantũ numerent. alios vo ut etiã a pluribus. quosdam aũt ut preter vnitatẽ eoꝝ nulla mensu ra sit. Qui g nullã mensuram preter vnitatẽ recipiũt: hos primos ⁊ incõ positos iudicamus. qui vo aliquã mensuram pret vnitatẽ uel alienige ne partis vocabulũ sortiunt: eos p nunciemus secũdos atque composi tos. Tertiũ vo illud genus p se secũ di ⁊ cõpositi: primi vo ⁊ incõpositi ad alterutrũ cõparati: hac inquisi tor ratione reperiet. Si eniꝫ quosli bet illos numeros scdm suã i semet ipsos multiplices quantitatẽ: qui p creãt ad alterutrũ comparati: nulla mensure cõmunione iungunt. Tres enim ⁊. 5. si multiplices: tres tertio 9. faciũt: ⁊ quinquies. 5. reddent. 25 His igit nulla ẽ cognatio cõmunis mensure. Rursus. 5. et. 7. quos pro creant si cõpares: hi quoq; incõmẽ surabiles erũt. Quinquies eni quq; ut dictũ est. 25. septies. 7. faciũt. 49. Quoꝝ mensura nulla cõmunis est: nisi forte omniũ hoꝝum pcreatrix ⁊ mater vnitas.

De inuentione eoꝝ numeroꝝ qui ad se secũdi ⁊ cõpositi sunt: ad alios vo relati primi ⁊ incõpositi. Cap. 18



Ua vero ra tione tales numeros in uenire possi mus: si quis nobis eosdẽ proponat ⁊ impet agno scere vtrum aliqua mẽsura cõmẽsurabiles sint: an certe sola vnitas vtrosq; metiat: reperiendi ars talis est. Datis enim duob numeris inequalib: auferre de maiore minorẽ oportebit. ⁊ qui relict fuerit: si maior est: auferre ex eo rursus minorẽ: si vo minor fuerit eũ ex reliq maiore detrahere. Atq; hoc eo vsq; faciendũ: quoad vnitas vltima vicẽ retractionis impediat: aut aliqs numer impar necessario si vtriq; numeri impares pponant. Sed eũ q relinquit numeꝝ: sibiipsi videbis equalem. Ergo si in vnũ in currat vicissim ista subtractio: primi cõtra se necessario numeri dicent: ⁊

nulla alia mensura nisi sola vnitate cōiūcti. Si vō ad aliquē numerū ut supius dictū est: finis deminutionis incurrerit: erit eni numerus qui metiat vtrasqꝫ sūmas. atque eūdē ipm qui remāserit: dicemꝰ vtroꝝqꝫ cōmunē esse mensurā. Age eni duos numeros ꝓpositos habeamus: quos iubeamur agnoscere: an eos aliqua mēsura cōmunis metiat. Atque hi sint. 9. scꝫ ⁊. 29. hoc igit faciemꝰ modo reciprocā deminutionē. Auferamus de maiore minorē: hoc est: de 29. nouenariuꝫ: relinquent. 20. Ex his ergo. 20. rursus minorē detrahamꝰ id est. 9. ⁊ relinquent. 11. Ex his rursus detraho. 9. relicti sunt. 2. Quos si detraho nouenario: relicti sunt. 7. Qđ si duo rursus septenario dēpserim: supsunt. 5. atqꝫ ex his alios duos: tres rursuꝫ exuberāt. quos alio binario diminutos sola vnitas supstes egredit. Rursus si ex duobus vnū auferā: i vno terminꝰ detractionis herebit: quē duoꝝ illoꝝ numeroꝝ idest. 9. et. 29. solū neqꝫ aliū cōstat esse mensurā. hos ergo cōtra se primos vocabimꝰ. Sed sint alij numeri nobis eadē cōditione ꝓpositi: id est. 21. et. 9. vt quales hi sint inuestigent cū sibimet fuerint inuicē cōparati. Rursus aufero de maiore minoris numeri quātitatē: id est. 9. de. 21. relinquent. 12. Ex his rursus demo. 9. supsunt. 3. Qui si ex nouenario retrahant: senarius relinquet. Quibus itē si quis ternarium demat. 3. relinquent. de quibꝰ tres detrahi nequeunt. atque hic est sibi ipsi ęqualis. Nā. 3. qui detrahebāt vsque ad ternarium numeꝝ ꝑuenerunt. a quo quoniam ęquales sunt: detrahi minuique non poterunt. Hos igit cōmensurabiles pronunciabimus ⁊ est eorū qui est reliquus ternarius mensura cōmunis.

Alia partitio paris secundum ꝑfectos imperfectos ⁊ vltra quam ꝑperfectos. Cap. 19.



Et de imparibꝰ numeris quantū introductionis ꝑmittebat breuitas expedituꝫ est. Rursus numeroꝝ pariū sic fit secunda diuisio. Alij eniꝫ eoꝝ sunt suꝑflui. alij diminuti scdm vtrasqꝫ habitudines inęqualitatis. Oīs quippe inęqualitas: aut in maioribꝰ aut in minoribus cōsiderat. Illi eni immoderata quodammodo plenitudine: proprij corporis modū partiū suaruꝫ numerositate ꝓcedūt. Illos aūt veluti pauꝑtate inopes oppssosqꝫ quędā naturę suę inopia minor quā ipi sūt ꝑtiū sūma cōponit. atqꝫ illi quideꝫ quoꝝ ꝑtes vltra quā satis est sese porrexerūt: suꝑflui noīant: ut sūt. 12. ul 24. Hi eni suis ꝑtibꝰ cōparati maiorē ꝑtiū sūmā toto corpe sortiūt. Est eni duodenarij medietas. 6. ps tertia. 4. ps qrta. 3. ps sexta. 2. ps duodecima. 1. est. Oīsqꝫ hic cumulꝰ redūdat in. 16. ⁊ totiꝰ corpis sui multitudineꝫ vincit. Rursus. 24. nūeri medietas est. 12. tertia. 8. qrta. 6. sexta

4·octaua tria:duodecima·2·vicesi/
maquarta vnum qui oēs triginta ⁊
sex repēdūt. In qua re manifestū ē
quod summa partiū maior est:⁊ su/
pra propriū corpus exundat. Atq͡z
hic quidē quonia͡z cōposite partes
totius summā numeri vincunt: sup
fluus appellat᷑. Deminutus vero il/
le cui⁹ eodē modo cōposite partes
totius termini multitudine supant᷑:
vt·8·vel·9·habet enī octonari⁹ par/
tem mediā:id est·4·habet ⁊ quartā
id est duo. hab͡z ⁊ octauā id est vnū
que cuncte in vnu͡z redacte.7.colli/
gunt:minorē sc͡z summā toto corpo
re ɔcludētes. Rursus·14·habēt me
dietatē id ē septenariū. habēt septi
mā:id ē·2·hn̄tq̄rtādecimā id ē·1·q̄
in vnū si collecte sint: denarij nume
ri summa cōcrescit:toto sc͡z termino
minor. Atque hi quide͡z hoc modo
sunt:ut prior ille quē sue partes su/
perāt talis videat᷑:tāq͡z si quis mul/
tis sup naturā manibus nat⁹ vt cen
timanus gigas.vel triplici cōiūctus
corpore:ut gerio tergemin⁹ ul' quic/
quid vnquā mōstruosum natura in
partiū multiplicatione surripuit. Il
le vero ut si naturalit᷑ quadā neces/
saria parte detracta:aut min⁹ oculo
nasceret᷑: ut cyclopee frōtis dedec⁹
fuit.uel quo alio curtat⁹ mēbro: na
turale totius sue plenitudinis dispē
diū sortiret᷑. Inter hos aūt velut in
ter equales intēperātias medij tem
peramētū limitis sortitus est ille nu
merus qui pfectus dicit᷑:virtutis sc͡z
emulator qui nec supuacua pgressi
one porrigit᷑:nec cōtracta rursus di
minutione remittit᷑: sed medietatis
obtinēs terminū suis equ⁹ partib⁹:
nec crassat᷑ abundantia:nec eget in
opia:ut sex uel·28. Nāq͡z senari⁹ ha
bet partē mediā id est·3·⁊ tertiā id
est·2·⁊ sextā id est·1·que in vnā sū/
mā si redacte sint:par totiu͡z numeri
corpus suis partibus inuenit᷑·28·ve
ro habet medietetē·14·⁊ septimā·4
nec caret quarta id est·7·possidet
quartādecima͡z·2·et reperies in eo
vicesimā octauā·1·que in vnū reda
cte totū partibus corpus equabunt
28·enim iuncte partes efficient.

De generatione numeri
perfecti. Cap·20.



Est aūt ī his quoq͡z
magna similitudo
virtutis ⁊ vicij. Per
fectos enim nume/
ros raro inuenies:
eosque facile nu/
merabiles. quippe
qui pauci sunt:⁊ nimis cōstāti ordi/
ne procreati. at vero superfluos ac
deminutos longe multos infinitos/
que reperies:nec vllis ordinib⁹pas/
sim inordinateque dispositos: ⁊ a
nullo certo fine generatos. Sunt
autem perfecti numeri intra dena/
rium numerū·6·intra centenarium
28·intra millenariu͡z numerū·496·
intra decem milia·8128. Et semp
hi numeri duobus paribus termi/
nant᷑·6·et·8·⁊ semper alternatim in
hos numeros summarum fine per
ueniūt. Nam ⁊ primum sex deinde
28. Post hos·496· idem senarius
qui primus. post quem·8128·idem

octonarius qui secūdus. Generatio aūt pcreatioq3 eorū est fixa firmaq3 nec quo alio modo fieri possint: nec vt si hoc modo fiāt aliud quiddā vllo modo valeat pcreari. Dispositos enī ab vno oēs pariter pares numeros in ordinē quousq3 volueris: primo scdm aggregabis: ꝛ si prim⁹ numerus ꝛ incōposit⁹ ex illa coaceruatione fact⁹ sit: totā sūmā in illū multiplicabis quē posteri⁹ aggregaueras Si vō coaceruatione facta prim⁹ ꝛ incōposit⁹ nō inuēt⁹ fuerit ſ3 cōposit⁹ ꝛ secūdus: hūc transgredere atq3 alium q sequit aggregabis. Si vō nec dū fuerit primus ꝛ incōpositus: aliū rursus adiunge ꝛ vide quid fiat. Qđ si primū incōpositūq3 reperies: tunc in vltime multitudinē sūme coaceruationez multiplicabis. Disponant enim oēs pariter pares numeri hoc modo. 1.2.4.8.16.32.64.128. facies q̊ ita: pones. 1. eiq3 aggregabis. 2. Tūc respicies ex hac aggregatiōe qui numer⁹ factus sit: sunt. 3. qui scilicet primus ꝛ incōpositus est: ꝛ post vnitatē vltimū binariū nūex aggregaueras. Si igit ternariū id ē qui ex coaceruatione collect⁹ est p binariū mltiplices qui est vltimus aggregatus: pfectus sine vlla dubitatiōe nascet. Bis enī. 3.6. faciūt. qui habent vnā quidē a se denominatā partem id ē sextā: tres vero medietatē secūdū dualitatē. at vero duo scdm coaceruatiōnē id est scdm tertiariū: qm coaceruati tres multiplicati sūt. Uigintiocto aūt eodē modo nascunt. Si enī sup vnū ꝛ duo qui sūt tres addas sequentē pariter parē id est. 4. septenariā summā facies. sed vltimū numerū quaternariū ↄsequenter adiunxeras: per hūc igit si illā coaceruationē mltiplicaueris: pfectus numerus procreat. Septies enī. 4. 28. sunt: qui est suis partib⁹ par: habens vnū a se denominatum id est vigesimūoctauū: medietatē vero scdm binariū. 14. scdm quaternariū. 7. septimā vero scdm septenarium. 4. scdm omniū collectionē quartūdecimū: duo: qui vocabulo medietatē opponit. Ergo cum hi reperti sint: si alios inuenire secteris: eadē oportet ratione vt vestiges. Pones enī vnū licebit: ꝛ post hūc. 2. ꝛ. 4. qui in septenariū cumulant: sed de hoc dudū extitit. 28. pfectus numer⁹. Huic igit q sequit pariter par id est. 8. cōtinens iungat accessio. qui prioribus superueniens. 15. restituit. Sed hic primus et incōpositus non est. Habet enim generis alterius partem super illam que est a seipsa denominata: quintādecimam scilicet vnitatem. Hunc igitur quoniam secūdus est ꝛ cōpositus preterito: ꝛ adiunge superioribus continentē pariter parem numerū id est. 16. Qui cum. 15. iunctus vnū ac. 30. conficiet. Sed hic primus rursus ꝛ incompositus est. Hunc igitur cū extremi aggregati summa multiplica: vt fiant sedecies 31. qui. 496. explicant. Hec autem est intra millenarium numerū perfecta ꝛ suis partibus equa numerositas. Igitur pima vnitas virtute atque potentia non etiam actu vel re

⁊ ipsa perfecta est. Nam si primam ipsam sumpsero de proposito ordine numeroꝝ: video primã atq̃ incõpositam: quã si per seipsam multiplico: eadem mihi vnitas procreatur. Semel eni vnũ solam efficit vnitatẽ que partibus suis equalis est potentia solum: ceteris etiã actu atq̃ opere perfectis. Recte igitur vnitas propria virtute perfecta est qđ et prima est ⁊ incõposita: ⁊ per seipsam multiplicata sese ipã conseruat. Sed quoniã de ea quãtitate que per se fit dictũ est. operis sequentiã ad illã que refertur ad aliquid trãsferamus.

De relata ad aliquid quantitate. Cap. 21.



Ad aliquid vero quantitatis duplex est pma diuisio. Omne eni aut equale est: aut inequale qc quid alteri⁹ cõparatiõe metit. Et equale quidẽ est: qđ ad aliquid cõparatũ neque minore sũma infra est: neq̃ maiore trãsgredit. vt denarius denario: vel ternarius ternario vel cubitum cubito: vel pes pedi: et his similia. Hec aũt pars relate ad aliquid quantitatis id est equalitas naturaliter indiuisa est. Nullus eni dicere potest: quod equalitatis hoc quidẽ tale est: illud vero huiusmodi Omnis eni equalitas vnã seruat in propria moderatione mensurã. Illud etiã quod que ei quantitas cõparatur: non alio vocabulo atque ipsa cui comparatur edicitur. Nam queadmodũ amicus amico amicus est: vicinusq̃ vicino: ita dicitur equalis equali. Inequalis vero quantitatis gemina diuisio est. Secatur eni quod inequale est in maius atq̃ minus: que contraria sibimet denominatione funguntur. Namq̃ maius minore maius est: ⁊ minus maiore minus elt: ⁊ vtraq̃ non eisdem vocabulis quemadmodũ secundũ equalitatem dictuꝫ est sed diuersis distantibusq̃ signata sunt ad modũ discentis scilicet vel docentis: vel cedentis vel vapulantis: vel quecunque ad aliquid relata aliter denominatis cõtrarijs cõparant.

De speciebus maioris inequalitatis et minoris. Cap. 22.



Maioris vero ineq̃litatis quinq̃ partes sunt. Est enim vna que vocat multiplex alia supparticularis: tertia superpartiens: quarta multiplex superparticularis: quinta multiplex superpartiens. His igitur quinq̃ maioris partibus opposite sunt alie quinq̃ partes minoris quemadmodũ ipsum maius minori semper opponit: que minoris species ita singillatim speciebus. v. maioris his que supradicte sunt opponuntur: vt eisdem nominibus nuncupentur: sola tantum sub prepositione distantes. Dicitur eni sub mul

tiplex: subsuperparticularis: subsuperpartiens: multiplex subsuperparticularis: ꝛ multiplex subsuperpartiens.

De multiplici eiusq; specieb⁹ earūq; generationibus. Cap. 23.



Ursus mltiplex est prima pars maioꝝ inequalitatis: cunctis alijs antiquior naturaque prestantior. vt paulopost demonstrabimus. Hic autem numerus huiusmodi est: vt comparatus cum altero: illum contra quem comparatus est habeat plus quā semel. Qd primū in naturalis numeri dispositione conueniet. Namque ad vnū cuncti qui sequuntur: omniū ordine multipliciū sequentias varietatesq; custodiunt. Ad primū eni id est vnitatem. 2. duplus. 3. triplus. 4. quadruplus. atque ita in ordinem progredientes: omnes texuntur multiplices quantitates. Quod autem dictum est: plus quā semel: id a binario numero principium capit; ꝛ in infinitum per ternarium quaternarium q; ꝛ ceterorum ordinem sequentiamque progreditur. Contra hunc vero discriminatus est ille qui vocatur submultiplex. ꝛ hec quoque prima minoris quantitatis species est. Hic aūt numer⁹ huiusmodi ē: qui in alteri⁹ cōparatiōe pduct⁹; plus quā semel maioꝝ numerat sūmā: sua scȝ quātitate cū eo eq̄liter inchoās eq̄literq; determinās. Idem aūt dico numerat qd metit. Si igit bis solū maiorē numeꝝ minor numer⁹ metiatur: subduplus vocabit. si vo ter: subtriplus. si q̄ter: subq̄druplus. et fit per hec in infinitū pgressio. addita q; eos semp sub pposition e nominabis. vt vnus duoꝝ subduplus. trium subtriplus. 4. subq̄druplus appellat ꝛ cōsequenter. Cū aūt naturaliter multiplicitas ꝛ submltiplicitas infinita sit: eorū quoq; species per ppias generationes in infinita consideratione versant. Si eni positis in naturali constitutione numeris singulos per suas cōsequentias pares eligas: omniū ab vno parium atq; imparium sese sequentium duplices erunt. et huius speculationis terminus non deficit. Ponat eni naturalis numerus hoc modo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17 18. 19. 20. Horum ergo si primū sumas parem id est. 2. primi duplus erit id est vnitatis. Si vero sequentem parem id est. 4. secundi duplus est; id est duorū. Si vero tertiū parē sumas id est. 6. tertij numeri in naturali cōstitutione duplus est id est ternarij. Si vero quartū parē inspiciat id est. 8. quarti numeri id est q̄ternarij duplus est. Ideq; in ceteris in infinitū sumentib⁹ sine aliquo impedimento procedit. Triplices aūt nascuntur: si in eadem dispositiōe naturali duo semper intermittant: ꝛ qui post duo sūt ad naturalem numerū

cōparentur excepto ternario: qui vt vnitatis triplus sit solū binariū pretermittit. Post vnū & duo. 3. sūt qui triplus vnius est. Rursus post. 4. et 5. sunt. 6. qui secūdi numeri idest duorū triplus est. Rursus post. 6. sunt 7. et. 8. et post hos. 9. qui tertij numeri idest ternarij triplus est. Atq; hoc idem in infinitū siquis faciat sine vlla offensione ꝓcedit. Quadruplorū vero generatio icipit si quis tres numeros intermittat. Post vnū quippe &. 2. et. 3. sunt. 4. qui primi id est vnius quadruplus est. Rursus si intermisero quinariū: senariū: & septenariū: octonari⁹ mihi quart⁹ occurrit: tribus scilicet intermissis: qui binarij id est secūdi numeri quadruplus est. At vero si post octo tres terminos intermisero id est. 9. et. 10. &. 11. duodenarius qui sequit̄ ternarij numeri quadruplus ē. Atq; hoc idem in infinitū ꝑgressis necesse est euenire: sempq; vna terminoꝝ intermissione si crescat adiectio: ordinatas te multiplic̄ numeri vices inuenire miraberis. Si enī. 4. intermittas: quincuplus inuenit̄. si quīq;: sexcuplus. si sex septuplus. sempq; ipsi⁹ multiplicitatis nomine vno minus intermissiōis vocabulo ꝓcreant̄. Nā duplus vnum intermittit: triplus. 2. quadruplus. 3. quincuplus. 4. Et deinceps ad eundē ordinē sequētia ē. Et oēs quidē dupli scd̄m ꝓprias sequentias pariū numerorū pares sūt Tripli vero vnus semꝑ par termin⁹ impar alius inuenit̄. Quadrupli vero rursus semper parem custodiunt quantitatē. Cōstituunturq; a quarto numero vno ex prioribus per ordinē positis paribus intermisso: primo pari binario. post hunc. 8. intermisso senario. post hunc. 12. trāsmisso denario. Atq; hoc idem in ceteris. Quincupli vero ꝓpositio scd̄m triplicis similitudinez alternatim parib⁹ atq; imparibus positis ordinat̄.

De supparticulari eiusq; speciebus earūq; generationib⁹. Cap. 24.



Superparticularis vero ē numerus ad alterū cōparatus: quotiēs habet ī se totū minorē & partē eius aliquā. Qui si minoris habeat medietatē: vocat̄ sesqualter. si vō tertiā partem: vocatur sesquitertius. si vero quartaz: vocat̄ sesquiquartus. et si quintā: vocatur sesquiquintus. Atque his nominibus in infinitū ductis: in infinitum quoq; superparticulariū forma progredit̄. Et maiores quidez numeri hoc modo vocantur: minores vero qui habentur toti & eorū aliqua ꝑs: vnus subsesqualter: alter subsesquitertius: alius subsesquiquartus: alius vero subsesquiquintus: atq; idez scd̄m maiorū normā multitudinēq; protēdit̄. Voco aūt maiores numeros duces: minores comites. Superparticulariū quoq; infinita est multitudo: ob eam rē quod eiusdē species interminabili progressione fungunt̄. Nanq; sesqualter habebit quidez duces oēs post ternariū nume-

rũ naturaliter triplices. Comites vo omnes post binariũ naturaliter pares. hoc modo: vt prim⁹ primo: secũdus scd̃o: terti⁹ tertio cõparet̃: ⁊ deinceps. Describantur enĩ longissimi versus triplicium naturalis numeri atq₃ dupliciũ: ⁊ sit hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Primus igit̃ versus cõtinet numerꝫ naturalẽ: secũdus eius triplicẽ: tertius vero duplicẽ. atq₃ in eo si ternarius binario: vel si senarius quaternario: vl' nouenari⁹ senario cõparet̃: vl' oẽs triplices superiores si duplicib⁹ numeris cõsequentibus opponant̃: emiolia id est sesqualtera proportio nascet̃. tres enĩ habent intra se duo ⁊ eoꝝ mediã partẽ id est. 1. sex quoq₃ ꝯtinent intra se. 4. ⁊ eoꝝ medietatẽ id est. 2. ⁊ nouẽ intra se senarium claudũt: ⁊ ei⁹ mediã partẽ: id est. 3. eodẽq₃ modo in cęteris. Dicendu₃ vero si quis secũdã speciẽ sup particularis numeri ꝯsiderare desideret id est sesquitertiã: quali ratione reperiat. ac diffinitio quidẽ huius cõparationis talis est. Sesquitertius est: qui minori cõparatus habet eum semel ⁊ eius tertiã partẽ. sed hi inueniunt̃ si omnib⁹ a quaternario numero ꝯtinuatim quadruplis ꝯstitutis: a ternario numero triplices cõparẽtur: eruntq₃ duces quadrupli: comites tripli. Sit enĩ in ordine hoc modo numer⁹ naturalis: vt sub eo quadrupli: ⁊ sub eo tripli sint. supponat̃ sub primo quadruplo prim⁹ triplus sub scd̃o secũdus: sub tertio terti⁹: et eodẽ modo cuncti eiusdẽ primi versus tripli in ordinẽ dirigant̃.

1	2	3	4	5	6	7	8
4	8	12	16	20	24	28	32
3	6	9	12	15	18	21	24

Igitur primũ primo si cõpares sesquitertia ratio ꝯtinebit̃. Nã si. 4. tribus cõpares: habebũt in se. 4. totũ ternariũ ⁊ eius tertiã partẽ id est. 1. ⁊ si secundũ scd̃o id est octonariũ senario cõpares: idem inuenies: habebit enĩ octonarius senariũ totũ ⁊ ei⁹ tertia₃ partẽ idest. 2. ⁊ per eandẽ sequentiã vsq₃ in infinitũ ꝓgrediendũ est. Notandũ quoq₃ est: q̃d. 3. comites sunt duces. 4. Rursus. 6. comites: duces 8. ⁊ in eodẽ ordine cęteri simili modo vocant̃ duces sesquitertij: comites subsesquitertij: ⁊ in cunctis scd̃m hũc modum posita conuenit seruare vocabula.

De quoda₃ vtili ad cognitionẽ super particularib⁹ accidente. Cap. 25.



Hoc aũt admirabile ꝓfundissimũq₃ in istorũ ordinib⁹ inuenitur: q̃d primus dux primusq₃ comes ad se inuicem nulla numeri intermissione copulant̃. Na₃ primi se nullo in medio posito transeũt: secũdi interponũt. 1. tertij duos: quarti. 3. ⁊ deinceps vna semper minore quã ipsi sũt intermissione succrescũt Atq₃ hoc vel in sesqualteris: vl' in ses

quitertijs:vel in alijs supparticula-
ris partibus necesse est inueniri. Nã
que vt quaternarius cõtra ternariũ
cõparetur: nullũ intermisimus. post
3. eniz mox. 4. sunt. At vo. 6. 3. 8. in
scdo scilicet sesquitertio: vna facta
est intermissio. Inter. 6. eni et. 8. so-
lus est septenarius qui transmissus
est numerus. Rursus vt. 9. otra. 12.
cõparemus: qui sunt in dispositione
tertij: duorum medioꝝ est facta trãs
missio. Inter. 9. eni et. 12. sũt. 10. et
11. scdm hunc modum quarta dis-
positio 3. quinta 4. intermittit.

Descriptio ꝑ quã docet̃ ceteris inęq̃
litatis speciebꝰ antiquiorẽ esse mul-
tiplicem. Cap. 26.



Quoniam autem naturaliter et se-
cundũ propriaz ordinis cõsequẽ
tiã: multiplicẽ in ęqualitatis spe-
ciẽ cunctis pręposuimus: pri-
mãqꝫ speciem esse monstrauimus:
licet hoc nobis posterioris operis
ordine clarescat: hic quoqꝫ perstrin-
gentes id quod ꝓposuimus planissi
me breuiterqꝫ doceamus. Sit enim
talis descriptio in qua ponat̃ in or-
dinẽ vsque ad denarium numeruz
continui numeri ordo naturalis: et
secũdo versu duplus ordo texatur:
tertio triplus: quarto quadruplus:
et hoc vsqꝫ ad decuplũ. Sic enim co
gnoscemus queadmodũ superpar-
ticulari et superpartienti: et cunctis
alijs princeps erit species multipli-
cis: et quędam alia simul inspicienꝰ
et ad subtilitatẽ tenuissima: et ad sci-
entiã vtilissima: et ad exercitationez
mentis iocundissima.

Ave vera salus via vita redencio mundi 16
a centis nos tua dextra manus amen

Tetragona. Longitudo. Secūda vnitas.

Prima vnitas. Latitudo. Latitudo. Tertia vnitas.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Secūda vnitas. Longitudo. Tetragona.

Ratio atq; expositio digestę formulę. Cap. 27.



I igiť duo p̄ma latera ꝑposite formulę q̄ faciūt āgulū: ab vno ad. 10. et. 10. pcedentia respiciať: ⁊ his subteriores ordies cōparenť: qui scilicet a. 4. angulum incipientes: in vigenos terminū ponunt: duplex id est prima species multiplicitatis ostenditur: ita vt primus primū sola superet vnitate: vt duo vnū secūd⁹ scdm binario supuadat: vt q̄ternari⁹ binariū. terti⁹ tertiū tribus: vt senari⁹ ternariū. q̄rtus q̄rtū q̄ternarij numerositate transcendat: vt 8 q̄ternariū: ⁊ p eādē cūcti sequētiā sese minoris pluralitate pretereant. Si vero terti⁹ angulus aspiciať: q ab 9. inchoās lōgitudinē latitudinēq; tricenis altrinsecus numerū extēdit: et hic cū p̄ma latitudine et lōgitudine cōparetur: triplex species multi-

plicitatis occurrit: ita vt ista cõpara-tio per .x. litterã fiat. Hicq; se nume-ri superabũt secundũ paritatẽ factã naturaliter cõnexionẽ. Primus eniʒ primũ duobus superat: vt vnũ .3. se-cũdus scdm quaternario: vt binariũ senarius. tertius tertiũ sex: ut terna-riũ nouenari⁹. & ad eũdẽ ceteri mo-dũ pgressionis augescũt. Quaʒ reni nobis scilicet & ipsa naturalis obie-cit integritas: nihil nobis extra ma-chinãtib⁹: ut in ipso modulo descri-ptionis apparet. Si quis aũt quar-ti anguli terminũ qui sedeciʒ nume-ri quantitate notatus est: & longitu-dinẽ latitudinẽq; in quadragenos determinat velit supioribus cõpa-rare p .x. littere formam pportione collata quadrupli multitudinẽ pno-tabit. Hisq; est ordinabilis sup se p-gressio vt primus primũ tribus supe-ret: vt .4. vnitatẽ. Secũdus secũduʒ senario vincat: vt octo binariũ. Ter-tius tertiũ nouenario trãseat: vt duo-denarius ternariũ. & sequẽtes sũmu-lẽ triũ se semp adiecta quãtitate trã-sileant. Et siquis subteriores aspici-at angulos: idem p oẽs multiplici-tatis species vsq; ad decuplũ dispo-sitissima ordinatione perueniet.

Si quis vero in hac descriptione supparticularis species requirat ta-li modo reperiet. Si enĩ scdm angu-lũ notet cui⁹ est initiũ quaternarius: eiq; supiacet binarius: atq; hunc se-quentẽ quis accomodet ordinẽ: ses-qualtera pportio declarabiẽ. Nam tertius scdi versus sesqualter est. vt tres ad duo: vel sex ad quatuor: vel 8. ad .6. vel. 12. ad .viij. Itemq; in ce-teris qui sũt in eadẽ serie numeri: si talis cõiugatio misceatẽ: nulla varie-tatis dissimilitudo surripiet. Eadeʒ tñ sũmarũ supgressio est in hoc quo-que q̃ in duplicibus fuit. Prim⁹ enĩ primũ id est ternarius binariũ vno superat. secundus vo scdm duobus tertius tertiũ tribus & deinceps. Si vo quartus ordo tertio cõparetur: vt .4. ad .3. & eodẽ ceteros ordine cõ-secteris: sesqtertia cõparatio colligi-tur: vt .4. ad .3. vel. 8. ad .6. &. 12. ad 8: videsne vt in omnib⁹ his sesquiter-tia cõparatio cõseruetur. Preterea eos qui sub ipsis sũt: si idem faciens sequẽtes versus alterutris cõpara-ueris oẽs sine vllo impedimẽto spe-cies supparticularẽ agnosces. Hoc aũt in hac est dispositiõe diuinũ qd omnes angulares numeri tetrago-ni sũt. Tetragon⁹ aũt diciẽ vt breuissi-me dicam qd post latius explicabiẽ: quẽ duo equales numeri multipli-cant. vt in hac quoq; descriptiõe est. vnus enĩ semel: vn⁹ est: & est potesta-te tetragonus. Itẽ bis duo .4. sunt. Ter .3 .9. quos in semetipsas multi-plicatiões pmi ordinis pfecere. Cir-cũ ipsos vero qui sũt id est circũ an-gulares: longilateri numeri sũt. Lõ-gilateros aũt voco quos vno se sup-gredientes numeri multiplicãt. Cir-cũ .4. enĩ .2. sunt &. 6. sed duo nascũẽ ex vno & duob⁹ cũ vnũ bis multipli-caueris: sed vnitas a binario vnita-te pcediẽ. Sex vo a duobus et trib⁹ bis enĩ tres: senariũ reddũt. Noue-nariũ vo sex &. 12. claudũt. q. 12. ex tribus nascunẽ & .4. Ter enĩ .4. fiunt 12. Senari⁹ vere ex duob⁹ & tribus.

Bis eni. 3. faciũt. 6. qui omnes vno maiorib⁹ lateribus ꝓcreati sunt. Nã cũ. 6. ex binario ternarioq; nascunť: tres binariũ numerũ vno superant cunctiq; alij eiusdẽ modi sunt: vt primo ꝛ scdo ordine ad alterutrũ multiplicatis terminis ꝓcreenť: ita vt qd nascit ex duob⁹ longilateris altrinsecus positꝯ: ꝛ bis medio tetragono tetragonus fit: Et rursus qd ex duobus altrinsec⁹ tetragonis: ꝛ vno medio longilatero bis facto nascitur: ipse quoque tetragonus fit. ꝛ vt angulorũ totius descriptionis ad angulares tetragonos positorũ vnius anguli sit prima vnitas: alterius vo qui ꝯtra est tertia. Bini vo altrinsecus anguli secũdas habeant vnitates. ꝛ duo angulariũ tetragonoꝝ anguli ęquũ faciunt qd sub ipis ꝯtineť illi qd fit ab vno illorũ qui est altrinsecus angulorũ. Multa eni sũt alia quę in hac descriptiõe vtilia possunt admirabiliaq; ꝑpendi quę interim ꝓpter castigatã introducendi breuitatem ignota esse ꝑmittimus. Nunc vero ad sequẽtia ꝓpositũ ꝯuertam⁹.

De tertia inęqualitatꝯ specie quę dicitť suppartiens: deq; speciebus eius earũq; generationibus. Cap. 28.



Sũt post duas primas habitudines multiplices ꝛ superparticulares: ꝛ eas quę sub ipis sũt submultiplices: et sub superparticulares: tertia inęqualitatis species inuenitur: quę a nobis superius suppartiens dicta est. Hec ẽ aũt quę fit cũ numer⁹ ad aliũ cõparatus: habet eũ totũ infra se: ꝛ ei⁹ insuꝑ aliquas partes: vel duas: vel. 3. vel. 4. vel quot ipsa tulerit cõparatio Quę habitudo incipit a duabus ꝑtibus tertijs. Nã si duas medietates habuerit: qui illum intra se totũ coercet: duplus ꝑ suppartiente cõponitur. Habebit autẽ vel duas tertias vel duas quintas: vľ duas septimas vel duas nonas. ꝛ ita ꝓgredientib⁹ si duas solas partes minoris numeri suꝑhabuerit: per easdẽ partes imparibus numeris minorẽ maiorẽ sũma trãscendit. Nã si eũ habeat totũ ꝛ duas eius quartas: superparticularis necessario reperiť. Nã duę quartę medietas est: ꝛ fit sesqualtera cõparatio. Si vo duas sextas: rursus est superparticularꝯ. Duę eni sextę ꝑs tertia est. Qd si in cõparatiõe ponať sesquitertię habitudinis efficiet formã. Post hos nascunť comites qui subsuppartientes vocanť. hi aũt sũt qui habenť ab alio numero et eorũ vel duę: vľ. 3. vel. 4. vľ quotlibet alię partes. Si ergo numerus aliũ intra se numerũ habẽs eius duas partes habuerit: suꝑbipartiens nominatur si vero tres suꝑtripartiens. quod si 4. suꝑquadripartiens. atq; ita ꝓgredientibus in infinitũ fingere nomina licet. Ordo aũt eoꝝ naturalis ẽ: quotiẽs disponunť a tribus omnes pares atq; impares numeri naturaliter cõstituti: ꝛ sub his aptantur alij qui sunt a quinario numero incipientes omnes impares. His igitur

ita dispositis: si primus primo: secūdus scdo: tertius tertio: et ceteri ceteris cōparent: superpartiens habitudo procreatur. Sit enim dispositio hoc modo.

3	4	5	6	7	8	9	10
5	7	9	11	13	15	17	19

SI igit quinarij numeri ad ternariū cōparatio consideretur: erit suppartiens ille qui vocat supbipartiens. Habet enim quinarius totos in se tres et eorum duas partes: id est. 2. Si vero ad secundū ordinē speculatio referatur supertripartiēs proportio cognoscetur. atque in sequētibus per omnes dispositos numeros omnes in infinitū species huius numeri conuenientes ordinatasq; respicies. At vero quemadmodū singuli procreentur si in infinitū quis curet agnoscere: hic modus ē. Habitudo enim superbipartientis: si vtrisq; terminis duplicetur: semp superbipartiens proportio procreatur. Si enim quis duplicet. 5. faciet 10. si tres faciet 6. qui. 10. contra senarium cōparati superbipartientem faciunt habitudinē. et hos ipsos rursus si duplicaueris: idem ordo proportionis accrescit. Idemq; si in infinitum facies: statū prioris habitudinis non mutabit. Si vero supertripartientes inuenire contendas: primos supertripartientes id est. 7. et. 4. triplicabis et huiusmodi nascentur. Si vero qui ex his nati fuerint ternarij multiplicatione produxeris: idem rursus efficient. Quod si superquadripartientes quemadmodum in infinitum progrediantur optes addiscere: primas eorū radices in quadruplū multiplices licet: id est. 9. et. 5. et eos qui illa multiplicatione proferentur: rursum in quadruplum: et eandem fieri proportionem inoffensa nimirum ratione reperies. Et cetere species vna semper plus multiplicatiōe crescentibus radicibus oriuntur. Radices autem proportionum voco numeros in superiore dispositione descriptos: quasi quibus omnis summa supradicte cōparationis innititur. In hoc quoque videndum est: quoniā cum due partes minore plus in maioribus sunt: tertij semper vocabulū subauditur. Ut supbipartiens qui dicitur quoniam duas minoris numeri tertias partes habet: dicatur superbipartiens tertias. Et cum dico supertripartiens: subaudiri necesse sit supertripartiens quartas: quoniam tribus super quartis exuberat. Et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas. et ad eundem modum in ceteris vno semper adiecto superhabitas partes subauditio facienda est. vt eorū germana conuenientiaque his nomina hec sint. vt qui dicitur superbipartiens: idem dicatur superbitertius. Qui dicitur supertripartiens is sit supertriquartus. et qui dicitur superquadripartiens: idem dicatur superquadriquintus. eademq; similitudine vsque in infinitum nomina producantur.

De multiplici superparticulari. Cap. 29.



[R]Sit relate ad aliquid quātitatis. simplices & prime species he sunt. Que vero alie ex his velut ex aliqb⁹ pncipijs cōponūt vt multiplices superparticulares: & multiplices superpartientes. horūq comites submultiplices supparticulares: & submultiplices suppartientes. Nanq in his vt in predictis pportionibus: minores numeri & eorū quoq species omnes addita sub ppositione dicunt. Quorū diffinitio talis reddi potest. Multiplex supparticularis est: quotiens numerus ad numeꝝ cōparatus: habet eum plusquā semel & eius vnā partē. hoc ē habet eū aut duplū aut triplū: aut quadruplū: aut quotiens libet: & ei⁹ quālibet aliquā partem: vel mediā: vel tertiā: vel quartā vel quecunq alia partiū exuberatione contigerit. Hic ergo & multiplici & supparticulari consistit. Quod eni cōparatū numerū plusquā semel habet multiplicis est. Hoc vero qd minorem in habenda parte transcendit: superparticularis. Itaq ex vtroque nomine facto vocabulo est. speciesq illius ad illarum scilicet fiunt imaginem proportionū: ex quibus ipse numerus originem trahit. Naz prima pars hui⁹ vocabuli que multiplicis nomine possessa est: multiplicis numeri specierum vocabulo nominanda est. Que vero supparticularis est: eodē vocabulo nūcupabit quo supparticularis numeri species vocabant. Dicet eniz q duplicē habuerit alium numerū: & eius mediā partem: duplex sesqualter. qui vero tertiaz: duplex sesquiterti⁹. qui quartam: duplex sesquiquartus. & deinceps. Si vero ter eum totum contineat & eius mediam partem: vel tertiam: vel quartā: dicitur triplex sesqualter: triplex sesquitertius: triplex sesquiquartus. & eodem modo in ceter. Diceturq quadruplus sesqualter: quadruplus sesquitertius: quadruplus sesquiquartus. & quotiens totū numerū in semetipso continuerit: per multiplic numeri species appellatur. quā vero partem cōparati numeri clauserit: scdm superparticularē comparationē habitudinemq vocabitur. Horum autem exempla huiusmodi sunt. Duplex sesqualter est: vt quinq ad duo. habent enim 5. binarium numerum bis & ei⁹ mediam id est. 1. Duplex vero sesquitercius est septenari⁹ ad ternarium cōparat⁹. At vero nouenarius ad que ternariū duplex sesquiquartus. Si vero. 11. ad. 5. duplex sesquiquint⁹. Et hi semper nascentur dispositis in ordinem a binario numero omnibus naturaliter paribus imparibusque terminis: si contra eos omnes a quinario numero impares cōparentur. vt primū primo: scdm secundo: tertiū tertio caute & diligenter appo nas. vt sit dispositio talis.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

SI vero a duobus paribus omnibus disposit terminis: illi q a qnario numero ichoātes: qnario

numero rursus sese transiliunt cōparent̄: oēs duplices sesqualteros creant vt est subiecta descriptio.

2	4	6	8	10	12
5	10	15	20	25	30

SI vero a trib⁹ inchoent dispositiones: ⁊ trib⁹ sese trāsiliant: ⁊ ad eos aptent̄ q̄ a septenario inchoantes: septenario sese numero trāsgrediunt̄: oēs duplices sesq̄tertij habita diligēter cōparatione nascunt̄. vt subiecta descriptio monet.

3	6	9	12	15	18	21
7	14	21	28	35	42	49

SI vero oēs in ordinē quadrupli disponant̄: hi qui naturalis numeri quadrupli sūt. vt vnitatis q̄druplus: ⁊ duorū: triūq; ⁊ quatuor: atq; quinarii: ⁊ cęterorū sese sequentiū. vt ad eos aptentur a nouenario numero inchoātes: sp̄ sese nouenario p̄cedentes: tunc duplicis sesquiquartę ꝓportionis forma texet̄.

4	8	12	16	20	24
9	18	27	36	45	54

QUA vero species hui⁹ numeri q̄ ē triplex sesqualtera hoc modo procreatur: si disponantur a binario numero omnes in ordinem pares: ⁊ ad eos septenario numero inchoātes: septenario sese supergredientes: solito ad alterutrū modo cōparationis aptentur.

2	4	6	8
7	14	21	28

SI autem a ternario numero ingressi cunctos naturalis numeri triplices disponamus: et eis a denario numero denario sese supergredientes ordine cōparemus: omnes triplices sesquitertij in ea terminorū cōtinuatione ꝓuenient.

3	6	9	12
10	20	30	40

De eorum exemp'is in superiore formula inueniendis. Cap. 30.



HOrum autem eorūq; qui sequunt̄ exempla ītegre planeque possumus pernotare: si in priorē descriptionē quā fecim⁹ cū de superparticulari et multiplici loqueremur: vbi ab vno vsq; in denarium multiplicationū summa concreuit: diligens velimus acumen intendere. Ad primū eni versū omnes qui sequunt̄ collati ordinatas ꝯuenientesq; multiplicis species reddēt Si vo ad scdm cūctos qui tertij sunt ordinis aptaueris: ordinatas species supparticularis agnosces. Qd si tertio ordini quicunq; sunt in quito versu cōpares: suppartientis numeri species positas ꝯuenienter aspicies. Multiplex vero supparticularis ostendit̄: cū ad secūdū versū omnes q̄ sūt quinti versus serie cōparant̄ vl' q̄ sunt in septimo vel q̄ sunt in nono atq; ita si ī infinitū sit ista descriptio in infinitū hui⁹ ꝓportionis species ꝓcreabunt̄. Manifestū autē etiā hoc est: qd horū comites semꝑ cū sub p̄positione dicentur. vt est subduplex

sesqualter :subduplex sesquitertius. subduplex sesquiquartus. et ceteri quidem ad hunc modum.

De mltiplici suppartiente. Cap. 31



Multiplex vero superpartiens est: quotiens numerus ad numerum cõparatus habet in se aliũ numerũ totũ plusquã semel: et eius vel duas vel. 3. vel quotlibet plures particulas: scdm numeri suppartientis figuram. In hoc quoque propter causam superius dictã nõ erunt due medietates: neque due quarte: neque due sexte: sed due tertie: vel due quinte: vel due septime ad priorẽ similẽ consequentiã. Nõ est autẽ difficile scdm priorum exempla positorum: hos quoque et preter nostra exempla numeros inuenire. Uocabunturque hi scdm proprias partes: duplex superbipartiens: vel duplex supertripartiens: vel duplex superquadripartiẽs. Et rursus triplex superbipartiens: et triplex supertripartiẽs: et triplex superquadripartiẽs: et similiter. Ut. 8. ad. 3. cõparati faciũt duplicem superbipartientẽ. et. 16. ad. 6. et omnes quicũque ab. 8. incipiẽtes: octonario sese numero transgrediuntur: cõparati ad eos qui a tribus inchoãtes ternarii sese quantitate pretereunt. Nec erit difficile alias eius partes scdm predictũ modũ diligentibus reperire. Hic quoque illud meminisse debemus quod minores et comites nõ sine sub: propositiõe nominantur. vt fit subduplex superbipartiens: subduplex supertripartiens.

Demonstratio quẽadmodũ omnis inequalitas ab equalitate processerit. Capitulũ. 32.



Restat autẽ nobis profũdissimã quandã tradere disciplinam: que ad omnẽ nature vim rerũque integritatẽ maxima ratione pertineat. Magnus quippe in hac scientia fructus est: siquis nõ nesciat quod bonitas diffinita ẽ et sub sciẽtiã cadẽs: animoque semper imitabilis et perceptibilis prima natura est: et sue substãtie decore perpetua. Infinitũ vero malicie dedecus est: nullis propriis principiis nixũ: sed natura semper errans a boni diffinitiõe principii: tanque aliquo signo optime figure impressa cõponitur: et ex illo errorum fluctu retinetur. Nã nimiã cupiditatẽ: ireque immodicam effrenationẽ: quasi quidã rector animus pura ĩtelligẽtia roboratus astringit. et has quodãmodo inequalitatis formas tẽperata bonitate constituit. Hoc autem erit perspicuũ: si ĩtelligamus oẽs inequalitatum species ab equalitatis creuisse primordiis: vt ipsa quodãmodo equitas matris et radicis obtinens vim: ipsa oẽs inequalitatum species ordinesque profundat. Sint enim nobis tres equales termini id est tres vnitates: vel. 3. bini: vel tres terni: vel tres quaterni: vel quãtos vltra libet ponere. Quod enim

in vnis tribus treminis euenit: idem contingit in ceteris. Ex his igit̃ scđꝫ p̃cepti nostri ordinẽ videas primũ nasci multiplices: et in his duplices prius: de hinc triplos: deinde q̃dru plos: ⁊ ad eundẽ ordinẽ ꝯsequẽtes. Rursus multiplices si cõuertant̃: ex his supparticulares orient̃. ⁊ ex duplicibus quidẽ sesqualteri: ex triplicibus sesquitertij: ex quadruplis sesquarti: ⁊ ceteri in hunc modũ. Ex superparticularibꝰ vero cõuersis super partiẽtes nasci necesse ẽ. ita vt ex sesqualtero nascat̃ supbipartiens: sup tripartientẽ sesquitercius gignat: et ex sesquiquarto supquadripartiens Rectis aũt positis neqꝫ cõuersis prioribus supparticularibus multiplices superparticulares oriunt̃. Rect[is] vero superpartientibus multiplices superpartientes efficientur. Pręcepta aũt tria hec sunt: ut primũ numerũ primo facias parem: scđm vo primo ⁊ scđo: terciũ primo duobꝰ secũdis ⁊ tercio. Hoc igit̃ cũ in terminis ęqualibus feceris: ex his qui nascent̃ duplices erunt. De quibus duplicibus si idem feceris: triplices p̃creant̃. ⁊ de his quadruplices. atqꝫ ĩ infinitũ oẽs formas nũeri m̃ltiplices explicabit: iaceãt igit̃. 3. t̃mini ęq̃les.

1	1	1

Ponat̃ itaqꝫ primo primꝰ ęqualis id est vnus. Secũdus vero primo ⁊ secũdo id est. 2. tertius vero primo duobus secũdis ⁊ tercio par sit: id est vni ⁊ duobus vnis ⁊ vni. qđ sunt. 4. vt est descriptio.

1	1	1
1	2	4

Videsne vt duplici proportiõe sequẽs ordo texatur. Fac rursus idem de duplicibus vt sit primꝰ primo ęqualis: id est vni. secundus primo ⁊ secũdo: id est vni ⁊ duobus qui sunt. 3. tertius primo id est vni duobus secũdis id est. 4. ⁊ tertio id est quatuor. qui simul. 9. fiunt: et venit hec forma.

1	1	1
1	2	4
1	3	9

Rursus si de triplicibus idẽ feceris: continuꝰ quadruplus procreabitur. Sit enim primus primo ęquus id est vnus. sit secundus primo ⁊ secũdo ęqualis id est. 4. sit tercius primo duobus secundis et tercio ęqualis id est. 16.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16

Et in ceteris quidẽ ad hanc formã tribus his p̃ceptis vtemur. Si vero qui ex ęqualibus nati sunt multiplices eos disponamus: ⁊ secũdum hec pręcepta vertamus: ita vt conuerso sint ordine: sesqualter ex duplici procreabitur. sesquitercius ex triplici. sesquiquartus ex quadruplo. Sint enim. 3. duplices termini qui ex ęqualibus creati sunt ⁊ qui vltimus est primꝰ ponat̃ huiusmodi.

4	2	1

Et constituatur primo in hoc ordine primus par id est. 4. secũdus vero primo ⁊ scđo par: id est. 6. tertiꝰ vo p̃mo duobꝰ secũdis ⁊ tertio id est. 9.

4	2	1
4	6	9

Ecce tibi illa sesqualtera quantitas ex termino duplicitatis exoritur. Videamus nunc ad eundem modū ex triplici qui nascatur. disponant̄ eniꝫ triplices superiores: cōuerso scilicet ordine sicut driplex. hic est quoqꝫ ordo dispositus.

9	3	1

Ponatur ergo prim⁹ primo equus id est. 9. secundus primo et secundo id est. 12. tertius primo duobus secundis ꝛ tertio equus id est. 16.

9	3	1
9	12	16

Rursus secunda species superparticularis numeri id est sesquiterrius procreat⁹ est. Quod si idem de quadruplo quis facere velit: sesquiquartus continuo nascetur. vt monstrabit subiecta descriptio.

16	4	1
16	20	25

Ac si quis idem de cunctis in infinitum partibus multiplicatis faciat: conuenienter ordinem superparticularitatis inueniet. Quod si cōuersos superparticulares aliquis scđm hec precepta conuertat: continuo videat superpartientes accrescere. et ex sesqualtero quidem superbipartiens: ex sesquitertio supertripartiens procreatur. ꝛ ceteri scđm cōmunes denominatiōis species sine vlla ordinis interpolatione nascentur. Disponantur igitur sic.

9	6	4

Superioris igitur descriptionis primo prim⁹ equus numerus ascribat̄ id est. 9. secūdus vero primo ꝛ scđo: id est. 15. tercius vero primo: duob⁹ secūdis ꝛ tercio id est. 25.

9	6	4
9	15	25

Si ergo sesquitercium eodē modo vertamus: ordo supertripartiens inuenitur. fit enim prima propositio sesquitercij.

16	12	9

Ponatur secundū priorem moduꝫ primo par primus idest. 16. secūdus primo ꝛ secundo id est. 28. terci⁹ primo duobus secundis ꝛ tercio id est 49. Omnis ergo sūma disposita supertripartientes efficiet.

16	12	9
16	28	49

Rursus si sesquiq̄rtū eodē mō vteris supq̄driptiēs stati q̄ntitas pcreabit̄. vt ē ea forma quaꝫ suppositā vides.

25	20	16
25	45	81

Restat queādmodū ex supparticularib⁹ ꝛ suppartiētib⁹ mltiplices supparticulares: vł multiplices suppartientes nascant̄ ostendere. Quoꝝ binas tantū faciā descriptiōes. Nāqꝫ si rectū ꝛ nō ↄuersū sesqualterū ponimus: duplex supparticularis excrescit. fit enim hoc modo.

4	6	9

Ponat̄ scđm superiorē modū pmo prim⁹ equalis id est. 4. secūdus pmo ꝛ scđo id est. 10. terti⁹ primo duob⁹ secūdis ꝛ tercio equalis id est. 25.

4	6	9
4	10	25

AT que hec quidem duplex ses/qualtera summa producta est. Si vero sesquitertiũ non cõuersum ponamus: duplus sesquiterti⁹ inue/nit. vt subiecta descriptio docet.

9	12	16	
9	21	49	

AT vero si ad suppartientes ani mũ conuertamus: eosq; ordina tim scdm superiora precepta dispo/namus: multiplices superpartientes ordinati ꝓgenitos reperiem⁹. Dispo nat eni superpartiẽti hec formula.

9	15	25	

AScribatur ergo primus primo equus id est. 9. Secũdus p̃mo ⁊ scdo: id est. 24. tertius primo duo/bus secũdis ⁊ tertio id est. 64.

9	15	25	
9	24	64	

VIdes ne vt ex superbipartien te duplus supbipartiens exor tus sit. At vero si suptripartientẽ po nam: duplex sine dubio tripartiens inuenitur vt in subiecta descriptione perspicuum est.

16	28	49	
16	44	121	

SIc ergo de supparticularibus vel de suppartientibus multi/plices supparticulares vl' mltiplices suppartientes oriunt. Quare cõstat omniũ inequalitatũ eq̃litatẽ eẽ p̃n/cipiũ. ex eadem eni inequalia cũcta nascunt. Ac de his quidẽ hactenus differendũ esse credidim⁹ ne vel infi nita sectemur: vel circa res obscuris/simas ingredientiũ animos detinẽ tes: ab vtilioribus moraremur.

Finit liber primus.

Incipiunt capitula libri secũdi.

1025

Finiunt capitula

Incipit liber secundus.

Quemadmodũ ad equalitatem oīs inequalitas reducat̄. Cap. i.



Uperiorꝝ libri disputatōne digestum est: quē admodum tota inequalitatꝭ substātia a principe sui generis equalitate ꝓcesserit. Sed q̄ reꝝ elemēta sūt: ex eisdē principalit̄ oīa cōponunt̄: ꝛ in eadē rursus reso lutione facta resoluunt̄. Ut quoniā articularis vocis elemēta sunt littere: ab eis est syllabaꝝ ꝓgressa cōiunctio: ꝛ in easdeꝫ rursus terminat̄ extremas. eandēq̄ vim optinet sonus in musicis. Iā vo mundūꝫ. 4. corpa nō ignoramus efficere. Nāq̄ ut ait ex imbri terraq̄ aīa gignunt̄ ꝛ igni. sed in hec rursus eius. 4. elemēta fit postrema resolutio. Ita igit̄ qm̄ ex equalitatis margine cūctas inequalitatis species proficisci videm⁹: oīs a nobis inequalitas ad equalitatē rursus velut ad quoddā elementuꝫ proprij generis resoluat̄. Hoc auteꝫ trina rursus imperatione colligit̄. eaq̄ resoluendi ars. datis quibuslibet tribus terminis inequalib⁹ quidem: sed proportionaliter constitutis: id est: ut eandeꝫ medius ad primū vim proportionis optineat: quā qui est extremus ad mediū in quali bet inequalitatis rōne: vel in multiplicibus: vel in supparticularib⁹: vel in suppartientib⁹: vel in his que ex his procreant̄: hoc est multiplicibus supparticularibus: vel multiplicib⁹ suppartientibus eadem atq̄ vna ratione indubitata constabit. Propo sitis enim tribus ut dictū est terminis equis ꝓportionibus ordinatis: vltimū semꝑ medio detrahamus: ꝛ ipsum quidem vltimū primū terminū collocemus. quod de medio relinquit̄: secundū. De tertia vero ꝓpo sitoꝝ terminoꝝ sūma: auferem⁹ vnū primū ꝛ duos secundos eos qui de medietate relicti sunt. ꝛ id quod ex tercia sūma reliquit̄: terciū terminū cōstituem⁹. Uidebis igit̄ hoc facto in minorē modum sūmas reuerti: ꝛ ad principaliorē habitudinē cōparatiōes ꝓportionesq̄ reduci. ut si sit quadrupla proportio: primo ad triplam: inde ad duplā: inde ad equalitatē vsque remeare. Et si sit superparticularis sesquiquartus: primo ad sesquiterciū: inde ad sesqualteꝝ: postremo ad tres equales terminos redire. Hoc auteꝫ nos exempli gratia in multiplici tantum proportione docebimus. Sollertem vero in alijs quoque inequalitatis specieb⁹ id experientem: eadem ratio preceptorum iuuabit. Constituantur enim tres ad se termini quadrupli.

8	32	128

Aufer igitur ex medio minorē: id est ex trigintaduobus octonariū: relinquunt̄. 24. ꝛ primū octonariū terminū pones: secūdū vero quod reliquum fuerit ex medio: id est. 24 ut sint hi duo termini. 8. et. 24. De tertio vero: id est. 128. aufer vnum primū: id est. 8. ꝛ duos secūdos qui sūt reliqui: id ē bis. 24. ꝛ relinquunt̄ 72. His dispositis terminis: ex quadruplis ꝓpinquior equitati ꝓportio tripla redacta ē. Sūt enī hi termini

8	24	72

Ex his aūt ipsis idem si feceris: ad duplū rursus comparatio remeabit. Pone enim primū minori equum: id est. 8. ꝛ ex secundo aufer primum. 16. relinquent̄. Sed ex tertio id est ex. 72. aufer primum: id est. 8. ꝛ duos secūdos: id est bis. 16. ꝛ erit reliqua pars. 32. Quibus positis ad duplas proportiones habitudo redigit̄.

8	16	32

Idem vero ex his si fiat: rem omnē ad equalitatis summas eliquabimus. Pone enī primum minori equum: id est. 8. ꝛ aufer ex. 16. octonariū: remanent. 8. quibus dispositis: ex tertio id est. 32. sumptis primo: id est. 8. ꝛ duobus secundis id est octonarijs: supsūnt. 8. Quib⁹ dispositꝭ prima nobis equalitas cadit. ut subiecte summule docent.

8	8	8

Hinc igit̄ si quis ad alias inequalitatis species animum tendat eandem conuenientiam intitubant̄ inueniet. Quare pronunciandū est: nec vlla trepidatione dubitandum quod quemadmodum per se constantis quātitatis vnitas principiū ꝛ elementum est: ita ꝛ ad aliquid relate quātitatis equalitas mater est. Demonstrauimus enim quod hinc ꝛ eius ꝓcreatio prima foret: ꝛ in eā rursus postrema solutio est.

De inueniendo in vnoquoqꝫ numero quot numeros eiusdē ꝓportionis possit precedere: eorūqꝫ descriptio: descriptiōisqꝫ expositio. Ca. 2.



Est aūt quedam in hac re profunda ꝛ mirāda speculatio ꝛ ut ait nicomach⁹ ennoecophaton theorema ꝑficiēs. ꝛ ad platonicam in timeo anime generationē. ꝛ ad interualla armonice discipline. Ibi enī iubemur ꝓducere atqꝫ extēdere tres uel quatuor sesqualteros: vl' quotlibet sesquitertias ꝓportiōes: ꝛ sesquiq̄rtas cōꝑationes. easqꝫ scd̄m ꝓpositū ordinē sepe ꝯtinuas iubemur extendē. Ne aūt hoc labore quodā sp̄ qdē maxio: frequenti⁹ inferaci fiat: hac nobis rōne ī quot nūeris quāti possint esse supparticulares īuestigādū est. Oēs enī multiplices tantaꝝ similium sibimet ꝓportionū ꝑncipes erunt: quotꝭ ipsi loco ab vnitate discesserunt. Quod autem dico sibimet similiū: tale est: ut dupli semper multiplicitas ut superius dictum est sequalteros creet. ꝛ triplex

sit dux sesquitertiorū: quadruplus sesquiquart(. Primus ergo duplex vnū solū habebit sesqualterū. secundus duos. tertius tres. quartus ·4· ⁊ scdm hunc ordinē eadē fit in infinitum progressio. Neq; vnquā fieri pōt: ut uel supet ꝓportionū numerū vel ab eo sit deminutior ęquabilis ab vnitate locatio. Prim⁹ ergo duplex est binarius numerus: qui vnū solum sesqualtex recipit: id est ternariū. Binarius enim cōtra ternariū cōparatus sesqualterā efficit ꝓportionē. Ternarius vo quoniā medietatē nō recipit: nō est alter numerus ad quē in ratione sesqualtera cōparet. Quaternari⁹ vo numerus secūdus duplus est. hic g° duos sesqualteros pręcedit. Est enim ad ipsum quidē cōparatus senarius numer⁹ ad senariū vo quoniā medietatem habet: nouenari⁹. ⁊ sūt duo sesqualteri. ad ·4· scilicet ·6· ad sex vo ·9· Nouenarius vo quoniā medietate caret: ab hac compatione seclusus est Tertius vo duplex est ·8· hic ergo ·3 sesqualteros antecedit. Comparat enim ad ipsum duodenarius numerus. ad duodenariū ·18· ad ·18· rursus ·27· At vo ·27· medio caret. Idē quoq; in sequentib⁹ euenire necesse est. quod nos cum propria ordinatione subdidimus. Semp eniz hoc diuina quadā nec humana constitutione speculationibus occurrit: ut quotiēscūq; vltimus numerus inuenit: qui loco duplicis ab vnitate sit par: talis sit ut in medietates diuidi secarique non possit.

Latitudo

1	2	4	8	16	32
	3	6	12	24	48
	an	9	18	36	72
		gu	27	54	108
			la	81	162
				ris	243

IDem contingit etiam in triplicibus. ex illis enim sesquitertij pcreant. Naz quoniā primus triplex est ternarius numerus: habet vnuz sesquiterciū: id est ·4· Cuius quaternarij tertia ps nō pōt inueniri: atq; ideo hic epytrito caret. Secundus vo qui est nouē habet ad se duodenariuz numex sesquitertiū. Duodenarius aūt quoniā habet tertiā ptē: in sesquitertia ꝓportiōe compat ad eum numerus sedecim: qui tertie ptis sectione solutus ē. Uigintiseptē aūt quoniā tertius est triplex: habet ad se sesquitertium trigintasex. ⁊ hic rursus ad quadragintaocto eadem ꝓportione cōparat. Cui si sexaginta quatuor appositi fuerint: eandē rursus vim ꝓportionis explebūt. Quos sexagintaquatuor ad nullū sesquiterciū rursus aptabis: quoniā parte tertia nō tenent. Atque hoc in cunctis triplicibus inuenit: vt extremus eiusdez proportionis numerus tantos ante se precedētes habet: quanto primus eox ab vnitate discesserit Et qui tot sup se eiusdē ꝓportionis habuerit numeros quotus ab vnitate primus eorum iacet: eius pars qua illi compatus numer⁹ possit eādē facere ꝓportionē inueniri neqt Et triplicis quidē hęc est descriptio

Latitudo.

1	3	9	27	81	243
	4	12	36	108	324
an/		16	48	144	432
	gu/		64	192	576
		la/		256	768
			ris		1024

At quadrupli scđm hāc formaʒ descriptio est: ad quam scilicet qui a prioribus instruct⁹ accesserit: nulla rōne trepidabit: ⁊ de ceteris q̄dem multiplicibus eandem conuenientiā pernotabit.

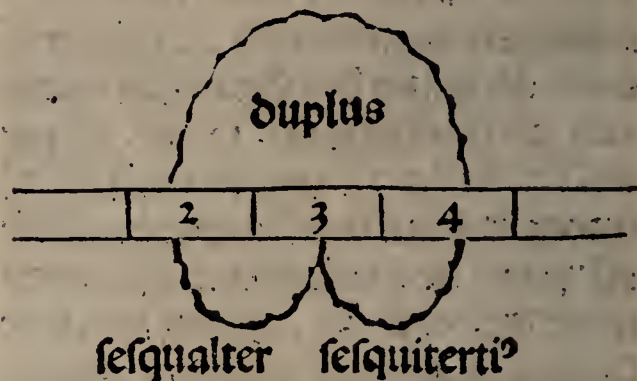
Latitudo

1	4	16	64	256	1024
	5	20	80	320	1280
an/		25	100	400	1600
	gu/		125	500	2000
		la/		625	2500
			ris		3125

Hinc quoq₃ ꝑspicuū est: supparticulariū quēadmoduʒ prius ostensū est: primos esse multiplices. Siquidē duplices sesqualteros: triplices sesquitertios: ⁊ cūcti multiplices cunctos in ordinē supparticulares creāt. Est etiā in his hoc quoq₃ mirabile. Nāque vbi prima latitudo fuerit duplex: ⁊ sub eisdem q̄ sūt versus continui alternatim positi: scđm seriē latitudinis duplices erūt. Si vō fuerint triplices: ⁊ inferiores ordines tripla se ī suis terminis mł/tiplicatione supabūt. At in quadrupla quadrupli. atq₃ hoc infinita ductū speculatione non fallit. Angulares aūt omniuʒ multiplices euenire necesse est. Erūt aūt dupliciū quidē triplices: tripliciū quadruplices quadruploruʒ vō quincupli. ⁊ scđm eandem ordinis incōmutabileʒ rationē sibimet cūcta cōsentient. Quibus expositis ad sequētē opis seriē cōpetens disputatio cōuertat̄.

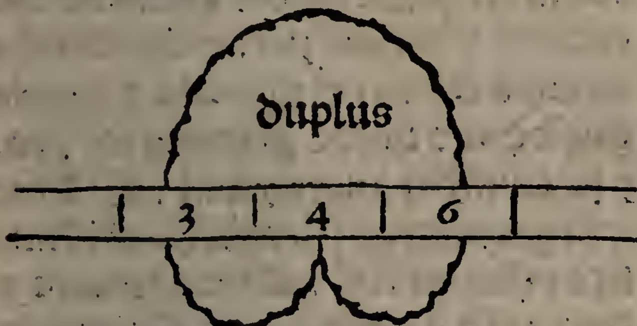
Quod multiplex interuallum ex quibus supparticularibus medietate posita interuallis fiat: eiusq₃ inueniendi regula. Cap. 3.


Si igit̄ due prime supparticulares species coniungant̄: prima species multiplicitatis exorit̄. Omnis enī duplex ex sesqualtero sesquitertioq₃ componit̄: ⁊ ⁊ omnis sesqualter ⁊ sesquiterti⁹ duplicem iungunt. Nam ternari⁹ sesqualter est duorū: quatuor vero sesquitertius ternarij. sed .4. duplus duorum.

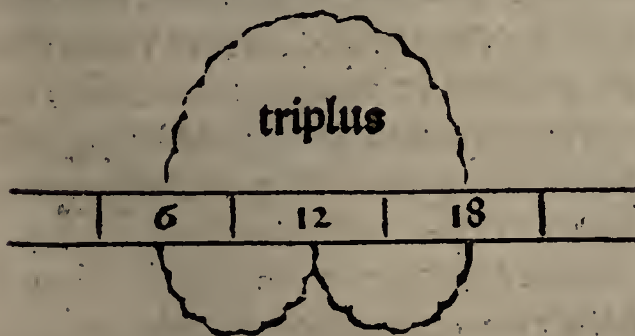


Si igit̄ sesqualter ⁊ sesquiterti⁹ vnū duplicē componūt. At vō si fuerint medietas ⁊ duplus: int̄ dupliceʒ ⁊ mediū potest vna medietas talis inueniri: que ad alteram extremitatē sesqualtera sit: ad alterā ses/

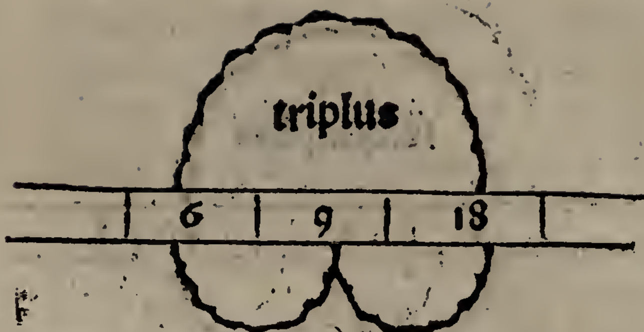
quitertia. Altrinsecus enim positis senario & ternario: id est duplici & medietate: si quaternari⁹ in medio collocetur: ad ternariū numerū sequitertiam continet rationem: ad senariū vero sesqualteram.



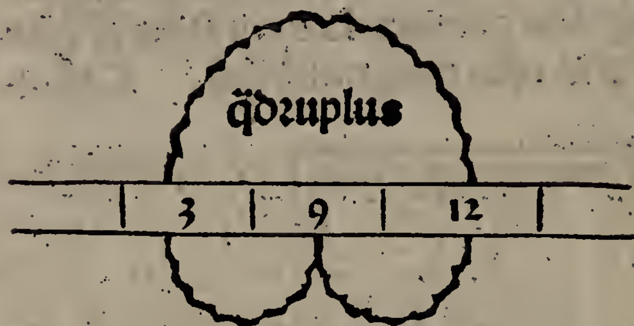
REcte igitur dictum est: & duplicem a sesqualtero sesquitertioque coniungi: & has duas supparticularis species duplicem procreare id est primā speciez multiplicis quātitatis. Rursus ex prima multiplicis specie: id est ex duplici: & prima supparticulari: id est sesqualtera continēs multiplicis species: idest tripla coniungitur. Nāq3. 12. senarij numeri duplus est: decem vero & octo ad duodenarium sesqualter: qui ad senarium numer triplus est.



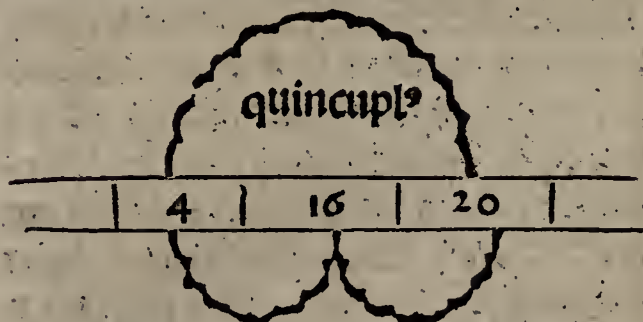
ET positis eisdem. 6. et. 18. nouenarius in medietate ponatur. erit ad senarium sesqualter: qui ad 18. subduplus est. & ad senariuz. 18. triplus est.



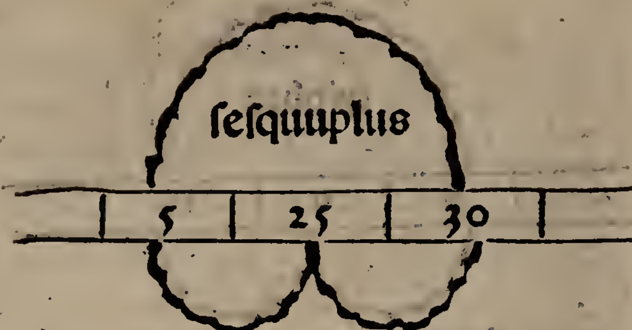
EX duplici igitur & sesqualtero triplex ratio proportionis exoritur & in eas rursus resolutione facta reuocatur. Si autez hic: id est triplus numerus qui est species secunda multiplicis secunde speciei supparticularis aptetur: quadrupli continuo forma contexitur: & in easdem rursus partes naturali partitione soluetur: scd̄m modum quem superius demonstrauimus.



SI vero quadruplus sese ac sesquiquartus agglomerēt: quincuplus continuo fiet.



ET si qncuplus cuz sesqquinto: mox sescupli pportio ɔiugabitur



Atq3 ita scdm hac pgressionem cuncte multiplicitatis species si ne vlla rati ordinis pmutatione na scent. Ita vo ut duplus cu sesqualte ro triplice creet. ꝛ triplus cu sesqui tertio quadruplu. quadruplus cum sesquiquarto quincuplu. ꝛ ceteri eo de modo ut nullus hac cotinuatio nem finis impediat.

De p se costante quantitate que in figuris geometricis consideratur cois ratio oium magnitudinu. Cap. 4.



Ec quidem de quatitate quaz scdm ad aliqd speculamur ad psens dicta suf ficiat. Nuc aut in hac sequetia quedam de ea quantitate que p seipsaz constat neque ad aliquid refert expediam. que nobis ad ea prodesse possunt: que post hec rur sus de relata ad aliquid quantitate tractabim⁹. Amat enim quodamo do matheseos speculatio alterna p bationu ratione constitui. Nuc aut nobis de his numeris sermo futu rus est: qui circa figuras geometri cas ꝛ eaꝝ spacia dimensionesq3 ver sant. id est: de linearibus numeris: ꝛ de triangularib⁹ uel qdratis: cete risq3 qs sola pandit plana dimensio nec no de inequali lateꝝ copositioe coniunctis. De solidis etiam: id est: cubis: ꝛ sphericis uel pyramidis: la terculis etiam uel tignulis ꝛ cuneis que omnia quide geometrice pro prie considerationis sunt. S3 sicut ipsa geometrice scientia ab arithme tica velut quada radice ac matre p ducta est: ita etiam eius figurarum semina i primis numeris inuenim⁹. Planu siquidez fecimus quod oes disciplinas hec interempta consu meret quas minime costituta infir maret. Hoc aut cognoscendum est qd hec signa numeroꝝ posita que nunc quoq3 homines in sumaru de signatione describunt: no naturali institutione formata sunt. vt eni qui narij subiecta notula signant de. v. vel denarij quam descripsimus de x. et alias huiusmodi: non natura posuit: sed vsus affinxit. Quinq3 eni vel dece vel quotlibet alios: illis no tulis p compendio notare voluerut ne quotiens vnitates quis mostra re vellet: totiens ei virgule ducerent Nos aut quotiescuq3 aliquid mon strare volumus: in his presertiz for mulis: ordinataꝝ virgulaꝝ multitu dine non grauamur apponere. Cu enim quinq3 volum⁹ demonstrare: facim⁹ quinq3 virgulas: ducimusq3 eas hoc modo. I I I I I. ꝛ cu. 7. toti dem. ꝛ cu. 10. nihilhilomin⁹. qz natu rali⁹ est quemlibet numeꝝ quantas in se retinet: tot vnitatibus designa

re quam notulis. Est igit̃ vnitas vicem optinẽs puncti: interualli: longitudinisq́ꝫ principiuꝫ: ipsa vero nec interualli nec longitudinis capax. quemadmodũ punctum principiuꝫ quidem lineę est atque interualli: ipsum vero nec interuallũ nec linea. Neque enim punctum puncto suppositũ vllũ efficit interuallũ: velut si nihil nulli iungas. Nihil eniꝫ est qđ ex nullorum procreatione nascatur. Eadem quippe etiam circa ęqualitates proportio manet. Naꝫ si quotlibet fuerint termini pares: tantum quidem est a primo ad secundum: quantũ a secundo ad tertium. Sed inter primũ ꝛ secundũ: vel secunduꝫ ꝛ tertiũ: nulla est interualli longitudo vel spacium. Si enim tres senarios ponas hoc modo. 6. 6. 6. quemadmodũ primus est ad secundũ: sic est secũdus ad tertiũ. Sed inter primum ꝛ secundũ nihil interest. 6. enĩ ꝛ. 6. nulla spacij interualla disiũgũt. Ita etiam vnitas in seipsa multiplicata nihil procreat. Semel enim in vnum nihil aliud ex se gignit quam ipsa est. Naꝫ quod interuallo caret etiam vim gignendi interualla non recipit. quod in alijs numeris nõ videt̃ euenire. Omnis enim numerus in seipsum multiplicatus: aliũ quendam efficit maiorẽ quam ipse est. idcirco quoniã interualla multiplicata maiore sese spacij pluritate distendunt. Id vero quod sine interuallo est: plus quam ipsa est pariẽdi nõ habet potestatem. Ex hoc igit̃ principio: id est ex vnitate prima omniũ longitudo succrescit: quę a binarij numeri principio in cunctos sese numeros explicat. quoniã primũ interuallum linea est: duo vero interualla sunt lõgitudo ꝛ latitudo: id est linea ꝛ supficies. Tria ergo interualla sunt: lõgitudo: latitudo: altitudo: id est linea: superficies: atq́ꝫ soliditas. Preter hęc aũt alia interualla inueniri non possunt. Aut eniꝫ vnũ interualluꝫ erit quod longitudo est aut aliquid quod duobus interuallis expositum est: ut si qua res longitudinẽ habeat ꝛ latitudinẽ. uel trina interualli dimensione porrigit̃: si longitudine: altitudine: latitudineq́ꝫ censet̃. supra q̃ adeo nihil inueniri potest: ut ipsoꝝ sex motuũ formę ad interualloꝝ naturas ꝛ numerum componant̃. Unũ enim interuallũ duos in se continet motus. vt in tribus interuallis sex sese motuũ summa cõficiat hoc modo. Est enĩ in longitudine ante ꝛ retro: in latitudine sinistra ꝛ dextra: in altitudine sursum ac deorsum. Necesse est aũt vt quicquid fuerit solidum corpus: ꝫ habeat lõgitudineꝫ latitudineq́ꝫ ꝛ altitudinẽ. ꝛ quicquid hec tria in se continet: illud suo nomine solidũ vocet̃. Hęc enĩ tria circa omne corpus inseparabili coniunctione versant̃: ꝛ in natura corpoꝝ constituta sunt. Quare quicquid vno interuallo caret: illud corpus solidũ non est. Nam quod duo sola interualla retinet: illud superficies appellat̃. Ois enim superficies sola longitudine ꝛ latitudine continet̃: ꝛ hic eadem illa conuersio remanet. Omne enim quod superficies est: longitudinem

⁊ latitudinē retinet. ⁊ quod hęc retinet: illud est supficies. Hęc aūt supficies vno tātū interuallo solidi corporis dimensione superatͬ: quę vno rursus interuallo lineaꝫ vincit. quę lōgitudinis naturā retinens latitudinis expers est. Quę linea eo quod vnius ē interualli sortita naturam a supficie vno interuallo: a soliditate duobus spacijs vincitͬ. Punctuꝫ igitͬ alio rursus interuallo a linea vīcitͬ: ipsa scꝫ quę reliqua est lōgitudine. Quare si punctū vno quidē intͬuallo a linea supgreditͬ: idem a supficie vincitͬ duobus: tribus vero intͬualli dimensionibus a soliditate relinquitͬ: cōstat punctū ipsuꝫ sine vlla corporis magnitudine vel interualli dimēsione: cū ⁊ longitudinis ⁊ latitudinis ⁊ profunditatis expers sit omniū interualloꝝ esse principium: ⁊ natura insecabile: qđ greci athomon vocāt: id est ita diminutū atqꝫ paruissimū ut eius pars inueniri nō possit. Est igitͬ pūctū primi interualli principiū: nō tamē interuallū. ⁊ lineę caput: sed nondū linea. Sicut linea quoqꝫ superficiei principiū est: sed ipsa supficies non est. ⁊ secūdi interualli caput est: scđm tamen interuallū ipsa nō retinet. Idē quoqꝫ ⁊ ī supficiei rationē cadit; quę ⁊ ipsa solidi corporis ⁊ triplicis interualli naturalē sortitͬ initiū: ipsa vero nec trina interualli dimensione distenditͬ: nec vlla crassitudine solidatͬ.

De numero lineari. Cap. v.



Ic etiaꝫ in numero vnitas quideꝫ cū ipsa linearis numerus non fit: in lōgitudinē tamē distēti numeri pͥncipiū est. Et linearis numerus cū ipse totius latitudinis expers sit: in aliud tamē spacīū latitudinis extenti numeri sortitͬ initiū. Superficies quoqꝫ numeroꝝ cum ipsa solidū corpus nō fit: addita tamen altitudini solidi corporis caput est. Hoc aūt planius his exēplis liquebit. Linearis numerus est a duobus inchoans: adiecta semper vnitate in vnuꝫ eundēqꝫ ductuꝫ quantitatis explicata cōgeries. ut ē id quod subiecimus.

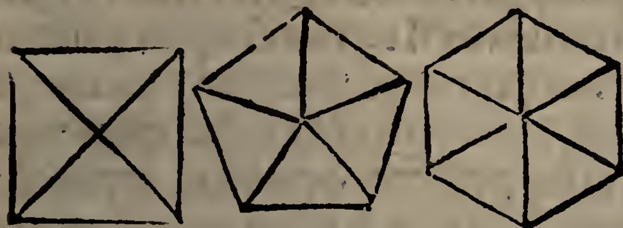
ll	lll	llll	lllll

De planis rectilineis figuris: qđqꝫ earū principiū sit triāgulus. Cap. 6.



Lana vero supficies ī numerꝭ inuenitͬ: quotiēs a tribus inchoatione facta addita descriptionis latitudine: in sequētiuꝫ se naturaliuꝫ numeroꝝ multitudine anguli dilatantͬ. ut sit prim⁹ triangulus numerus. secūdus quadratus. terci⁹ qui sub quinqꝫ angulis continetͬ: queꝫ pentagonū greci nomināt. quartus hexagon⁹: id est qui sex angulis includitͬ. quint⁹ heptagonus. sextus ogdogonus: id ē

qui.7.vel.8. angulorū terminis dilatant.⁊ ceteri eodē mō singillatim p naturalē numerū angulos augeāt in plana scꝫ descriptione figurarū. Hi vō idcirco a ternario numero inchoāt: quod latitudinis ⁊ supficiei solus ternari⁹ principiū est. In geometrica quoqꝫ idē planius inuenit. Due eni lineę rectę spaciū nō continent.⁊ omnis triangularis figura: vel tetragoni: vel pentagoni: uel hexagoni: vel cuiuslibet qui pluribus angulis cōtinet: si a medietate p singulos angulos lineę producant: tot eum diuidunt trianguli: quot ipsaꝫ figurā angulos habere contigerit. Quadratū eniꝫ ita ductę lineę in.4. pentagonū in.5.hexagonū in.6. heptagonū in.7.⁊ ceteros in suorū angulorū modo mensuraqꝫ p triangulos partiunt. ut est subiecta descriptio.



At vero triangula figura cū eāqꝫ ita diuiserit: in alias figuras nō resoluit nisi in seipsaꝫ.in tria eniꝫ triangula dissipat.

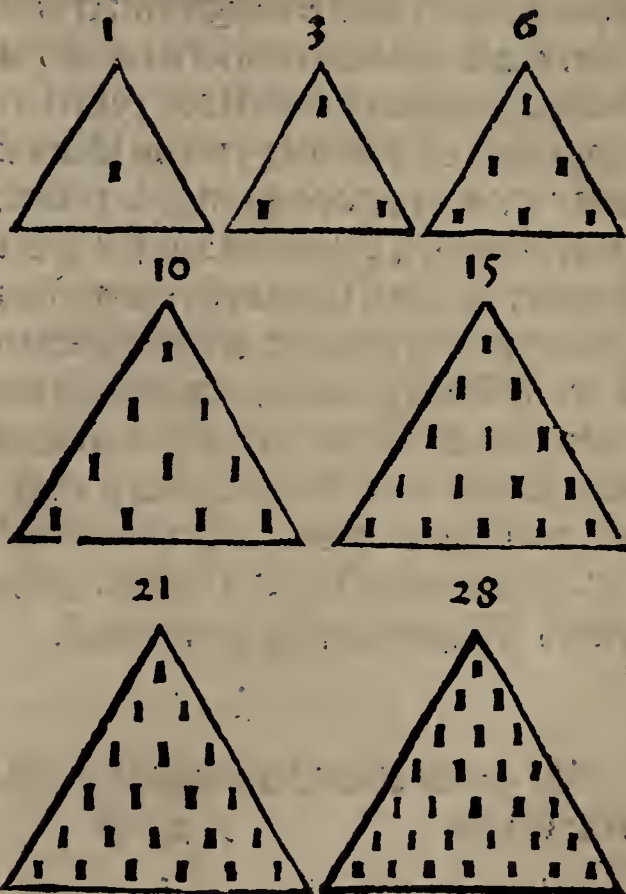


Adeo hec figura princeps est latitudinis: vt cetere oēs superficies in hanc resoluant: ipsa vō quoniam nullis est principijs obnoxia: neqꝫ ab alia latitudine sūpsit initiuꝫ in sese ipsa resoluat. Idē aūt ⁊ i numeris fieri seqnēs operis ordo mōstrabit.

Dispositio triangulorum numerorum: Cap.7.



Est igit prim⁹ triangul⁹ numer⁹ q solis trib⁹ vnitatib⁹ dissipat: scdm supficiei positionēꝫ triāgula scilꝫ descriptione: ⁊ post hunc quicūqꝫ equalitatē laterū in trina laterū spacia segregant.



De lateribus triangulorum numerorum. Cap. 8.



Ad hunc moduz in infinita progressio e: oesq ordine trianguli equilateri procreabunt. et primum omnium poniet id quod ex vnitate nascit: ut hec vi sua triangulus sit: non tame etia opere atq actu. Nam si cunctoz est mater numeroz: quicquid i his qui ab ea nascunt numeris inuenit: necesse est vt ipsa naturali quadam potestate cotineat. et hui trianguli latus est vnitas. Ternarius vero qui primus est opere et actu ipso triangulus: crescete vnitate binariu numeru latus habebit. Ui enim et potestate primi trianguli id est vnitatis vnitas latus e atu v e r o et opere trianguli primi: id est ternarij dualitas: quam greci dyada vocant. Secundi vero trianguli qui opere atque actu secundus e: id est senarij: crescete naturali numero in lateribus ternarius inuenitur. Tertij vero id est denarij quaternari latus otinet. et qrti vo id est 15. qnarius lat tenet. et quinti senarius. Idemque vsq in infinitu.

De generatione triangulox numerorum Cap. 9.



Nascunt aut trianguli disposita naturali quatitate numerorum: si priorib semper multitudo sequentium congreget. Disponat eniz naturalis numerus hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9

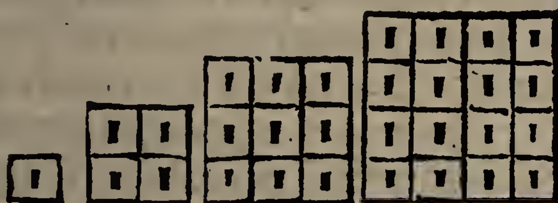
Ex his igit si primu numeru suma id e vnitate: habeo primu triangulu: qui est vi et ptate nonduz etiam actu nec ope. Huic si secuduz aggregauero qui in naturali numeroz dispositioe descriptus est id est binariu: primus mihi triagulus ope et actu nascit id est ternarius. Si vo huic tertiu ex naturali numero adiecero: secudus mihi ope et actu triangulus pcreat. Sup vnu enim et duo si tertiu id est ternariu aggregauero senari extendit: secudus sez triangulus. Huic vo si cosequete quaternariu supposiuero: denarius explicat: qui est tertius actu triangul. quos p latera disponens ad supioris descriptionis exemplar: cuctos triagulos numeros sine vllius dubitationis errorib pnotabis. et quantas vltimus numerus in se vnitates habz que superiorib aggregabis: tot ipe qui fit triangulus vnitates habebit in latere. Na ternariu qui est prim actu triangul adiecto binario vnitati feceram: at hic duos habet in latere. et senariu his adiecta ternarij quatitate pduxim: cui lat soli tres cotinet: et ide i alijs cuctis quot vni-

tates habentē numerꝝ ſupiorib⁹ aggregabis: tot vnitatibus eius latera continebunt.

De q̄dratis numeris. Cap. 10.



Uadratus vero numerus eſt: qui etiā ipſe quidem latitudinē pādit ſed non in trib⁹ angulis ut ſuperioꝛ forma: ſꝫ.4. Ipſe quoqꝫ ęq̄li laterum dimenſione poꝛrigit. Sūt aūt huiuſmodi.



De eoꝛū lateribus. Cap. 11.



Ed in his quoqꝫ ſcd̄m naturalē numerum laterū augmēta ſuccreſcūt. Prim⁹ eni vi ⁊ potentia quadratus id eſt vnitas: vnū habet in latere. Secundus vo qui actu primus id eſt.4.duobus ꝑ latera poſitis cōtinet. Tertius vo id eſt nouē qui ſecundus eſt ope: tribus ī latere poſitis aggregat. Et ad eandez ſequentiā cuncti ꝓcedūt.

De quadratoꝝ generatiōe rurſuſqꝫ de eoꝝ lateribus. Cap. 12.



Aſcunt aūt tales numeri ex naturalis numeri diſpoſitione: nō quemadmodū ſupiores triāguli: vt oꝛdinati ad ſe inuicē nūeris cōgregent. ſed vno ſp intermiſſo qui ſequit ſi cū ſupioꝛe uel ſupioꝛib⁹ colligat: oꝛdinatos ex ſe quadratos efficiet. Diſponat eni naturalis numerus hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Ex his igit ſi vnū reſpiciā: prim⁹ mihi nat⁹ eſt ptāte quadratus. Qd ſi vno relicto poꝛi terciū iūxero: ſecūdus mihi quadrat⁹ efficit. Naꝫ ſi vno relicto binario ternariū appoſuero: quaternari⁹ mihi quadratus exoꝛit. Qd ſi rurſus relicto medio q̄ ternario quinariū ſimilit aggregauero: q̄drat⁹ mihi terti⁹ id eſt nouenari⁹ ꝓcreat. Unus eni ⁊.3.et.5.nouē colligūt. At vo ſi his intermiſſo ſenario ſeptenariū iungā: tota ī.16. eius ſūma cōcreſcit: id eſt quarti q̄drati nūeroſitas. Et ut breuit hui⁹ forma ꝓcreatiōis appareat: ſi cūcti impares ſibimet apponant: collocato ſcꝫ naturali numero: q̄dratoꝝ oꝛdo texet. Eſt etiā in his hęc naturę ſubtilitas ⁊ īmobilis oꝛdinatio: qd tot vnitates vnuſqſqꝫ q̄dratoꝝ retinebit ī latere: quāti fuerint numeri ad cōiūctionē ꝓpriā cōgregati. Nā in primo q̄drato qm̄ ex vno fit: vn⁹ eſt in latere. In ſecūdo id eſt q̄ternario qm̄ ex vno ⁊ trib⁹ ꝓcreat: qui

duo sunt termini: binario latꝰ texit. ⁊ in nouenario quoniā tribꝰ numeris pcreat: latus ternario continet. Atq3 idē in alijs videri licet.

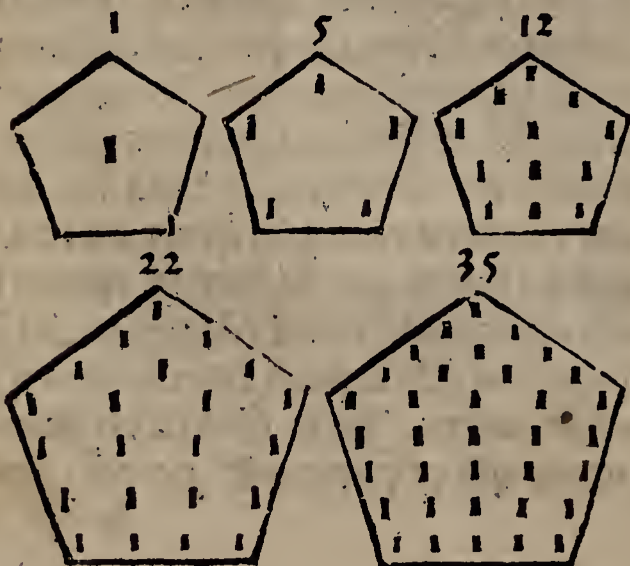
De pentagonis eorumque lateribus. Cap. 13.



Pentagonus vo numerus est: qui ipse quidē ī latitudinē3 scdm vnitatē descriptis quidē. 5. angulis ɔtinet: cūctis sc3 lateribus equali dimensione dispositis. Sunt aūt hi.

1	5	12	22	35	51	70

Quodē quoq3 modo eoꝝ latera succrescūt. Nā primi ptāte pentagoni id est vnius: idē vnius spaciū lateris tenet. Secūdi vo quinarij q est actu ipso atq3 ope primꝰ pentagonus: bini p latera fixi sunt. Tertiꝰ vo id est. 12. tribꝰ in latꝰ auctꝰ est. Quartus. 22. 4. numeroꝝ in latere quantitate distendit. Atq3 idē in ceteris scdm vnitatis pgressionē in naturali sc3 numero scdm superioꝝ figurarū incremēta tendunt.



De gñatione pētaganoꝝ. Ca. 14



Nascūt aūt hi numeri qui extēsi ī latitudinē gnque āgulos pādūt: ab eadem nālis numeri quātitate ī sese coaceruata: ita ut duobꝰ semp intercectis numeris superiori uel superioribus vincens ternario eū cui iungendus est aggreget. Nāq3 vnitati intermissis duobꝰ ⁊ tribꝰ si quatuor iungas: qui tribꝰ ipsa3 superent vnitatē: quinariꝰ pentagonꝰ pcreabitur. Post. 4. vero si intermisso gnario ⁊ senario. 7. aggreges: duodenariū pentagonū pcreabis. Nāq3 vnꝰ ⁊. 4. et. 7. numeri. 12. explebūt. Hoc etiā in alijs fiet. Nā si. 10. vel. 13. vl. 16. vel. 19. vel. 22. vel. 25. supioribꝰ cūctis adiunxeris: eodē quo supius modo pentagoni fiēt: scdm supiorē descriptionem.

22	35	51	70	92	117

De hexagonis eorumq3 generationibus Cap. 15.



Exagoni aūt q sex angulis ⁊ heptagōi q. 7. rursus lateribꝰ ɔtinēt: sz hūc modū eoꝝ laterū augmneta succrescūt. Nāq3 i triāguli nume

ri natura ꝓcreationeq; ipsos nume ros iungebam⁹ qui sese ĩ naturali di spositione seq̃rent: ⁊ se tantũ vnitate trãsirent. quadrati vo numeri id est tetragoni ꝓcreatio fiebat ex nume/ris qui vno intermisso copulabant: cũ se binario superarent. pentagoni vo natura fuit ex duob⁹ interpositis relictisq; qui se ternario vincerent. Scđm quoq; talia augmẽta hexa/gonoꝝ uel octogonoꝝ vel. 9. laterũ figura uel. 10. uel quotlibet alioꝝ cõpetenti ꝑgressione cõficit. Ut eni in pentagono duob⁹ intermissis eos iũgebam⁹ qui se ternario superarẽt ita nũc ĩ hexagono trib⁹ intermissis eos iungem⁹ q se quaternario tran/seant. ⁊ erũt quidẽ eoꝝ radices ⁊ fũ damẽta: ex quib⁹ iunctis oẽs hexa/goni nascunt.

1	5	9	13	17	21

Et ad eundẽ ordinẽ cõsequen/tes: atq; ab his sexanguloꝝ for me nascunt.

1	6	15	28	45	66

Quos ad superiorẽ modũ scilꝫ descriptos: in proprijs ordini bus ꝑnotabis.

De heptagonis eorumq; genera tionibus: ⁊ cõmunis omniũ figura/rum inueniende generationis regu la descriptionisq; figuraꝝ. Ca. 16.



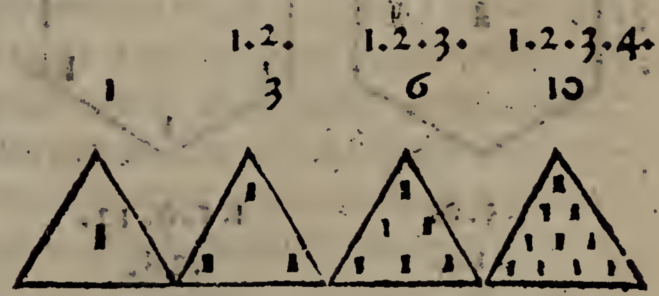
Eptẽ vo angulo/rũ figura est: cum ad eundem ordi nem ꝑgressionis vno plusquam in 6. anguloꝝ figu/ra numero inter/misso supiori cõiunxeris. Nã si qua tuor interpositis q sese q̃nario vin/cãt aggregauer(: heptagoni ↄtinuo figura nascet. ut hi nũeri sint eoꝝ ra dices ⁊ ut superi⁹ dictũ ẽ fũdamẽta

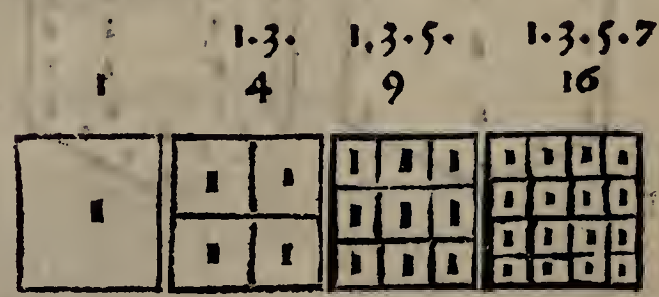
1	6	11	16	21

Qui vero ex his constant hi sunt.

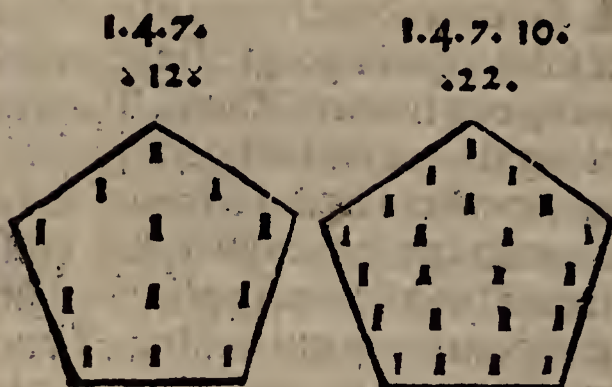
1	7	18	34	55

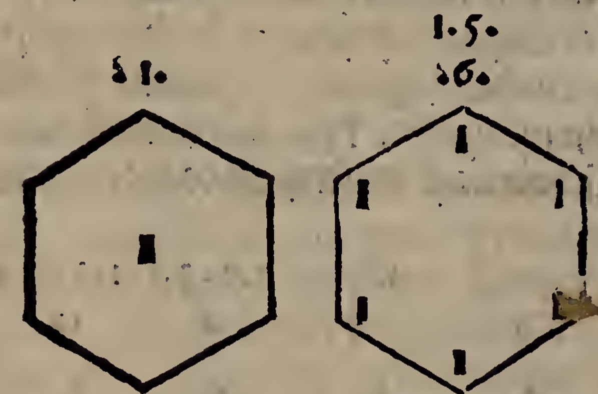
Nouez vero anguloꝝ scđm eun dem ordinẽ forma ꝓcreat: ita ut scđm equalẽ progressionẽ primi quoq; eoꝝ numeri distent. Nam in triangulo qui sunt numeri: que pri/ma superficiei figura est: vno sese tã tũ numeri ꝓcedunt: qui scilicet eoꝝ naturã descriptionẽq; ꝑficiunt. In tetragono vero qui secũdus est duo bus sese iuncti numeri vincunt. ⁊ in pentagono tribus ⁊ in hexagono 4. ⁊ in heptagono. 5. huiusq; rei nul lus est mod⁹. Hoc aũt nos subiecta rũ formaꝝ descriptiões docebunt.

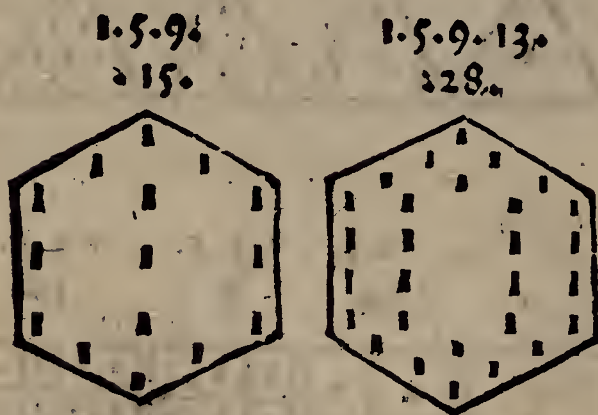












Descriptio figuratorum numerorũ in ordine. Cap. 17.



Imilit aũt licebit ⁊ aliarũ formaruꝫ que pluribꝰ angu/lis cõtinent: quan/titates asscribere. Sꝫ quoniã facilꝰ oculis subiecta re/tinent: supradictarũ formarũ nume rositas in subteriore descriptiõe po natur.

trianguli	1	3	6	10	15	21	28
quadrati	1	4	9	16	25	36	49
pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
heptagoni	1	7	18	34	55	81	112

Qui figurati numeri ex quibus fi guratis numeris fiant: atq̃ qđ triã gulus numerus omniũ reliquorum principiũ sit. Cap. 18.



Is igit̃ ita sese habẽtibꝰ quid in hac re sit cõ sequẽs investi gemus. Oẽs enim tetrago/ni qui sub triã gulis sunt na/turali ordina tione dispositi: ex superioribus triã gulis procreant̃: illorũq̃ collectione quadrati figura cõponit̃. Quatuor enĩ tetragonꝰ fit ex vno ⁊ tribꝰ: id est ex duobꝰ supioribꝰ triãgulis. Nouẽ vo ex tribꝰ ⁊ .6. sed vtriq̃ sũt triãguli At .16. ex .6. ⁊ .10. ⁊ .25. ex .10. ⁊ .15. Idẽq̃ i sequẽti ordine q̃dratorum cõ stãs atq̃ imutabile repit̃. Pentago norum vero summe conficiunt̃ ex vno

sup̱ se tetragono ꝛ altrinsec⁹ triangulo ↄstituto. Nāq̧. 5. pentagonus ex quatuoꝛ sup̱ se posito tetragono: et ex vno q in triangoloꝝ oꝛdine ponitur aggregat̄. Duodecim vo pentagonus ex nouenario sup̱ se quadꝛato: ꝛ trib⁹ scdo triangulo nascit̄. Vigintiduo vero ex. 16. et. 6. quadꝛato scꝫ atq̧ triāgulo ꝛ. 35. ex. 25. ꝛ. 10 ꝛ in oꝛdinē ad eundē modū intuentē nulla cunctatio ↄtrarietatꝭ impediet. At vo si hexagonos libꝛata examinatione ꝑspicias: ex eisdē triangulis ꝛ sup̱ se positis pentagonis ꝓcreant̄. Nanq̧ sex hexagon⁹: ex q̄nario pentagono ꝛ vno qui ē i triāguloꝝ oꝛdine disposit⁹ nascit̄. Nec alia ēst oꝛigo . 15. hexagoni: nisi ex duodenario pentagono ꝛ ternario triāgulo. Qd si. 28. rursū hexagonū ex q bus superioꝛibus nascat̄ addiscas: nullos inuenies nisi. 22. pentagonū senariūq̧ triangulū. Atq̧ hoc in cęteris. Nec hunc geniturę oꝛdinē heptagonoꝝ ꝓcreatio refutabit. Nāq̧ ex sup̱ se hexagonis: ꝛ ex emin⁹ positis triangulis ꝓcreant̄. Septē enim heptagon⁹ nascit̄ ex senario hexagono: ꝛ vno potestate triangulo. 18. vero heptagon⁹ ex. 15. hexagono ꝛ ternario triangulo coniugat̄: et. 34. ex 28. scilicet hexagono ꝛ senario triāgulo . atq̧ hoc in cunctis inoffensuꝫ reperire licet. Vides ne igit̄ vt pꝛim⁹ oīuꝫ triāgulus cūctoꝝ sūmas efficiat: ꝛ oīuꝫ ꝓcreationib⁹ misceat̄.

Pertinens ad figuratoꝛum numeroꝛum descriptionem speculatio. Capitulum. 19.



Is vero omnes si ad latitudinē fuerint cōparati: id est trianguli tetragonis: vł tetragoni pētagonis: vł pentagoni hexagonis vel hi rursus heptagonis: sine aliqua dubitatiōe triangulis sese superabūt. Nanq̧ si ternariū triangulū quaternario vel q̄ternarium tetragonū quinario: vel quinariū pētagonū senario hexagono: vel senariū septenario heptagono cōpares: pꝛimo se triāgulo id est sola transeunt vnitate. At vero si senarius contra nouenariū: vel hic cōtra. 12. vel hic contra. 15. vel. 15. cōtra. 18. pꝛo inueniendis differentijs cōparentur: secundo se triangulo id est ternario superabunt. Deceꝫ vero ad. 16. ꝛ. 16. ad. 22. et. 22. ad. 28. et 28. ad. 34. si cōponas: tertio se triangulo vincēt id est senario. Atq̧ hoc rite notabit̄ in alijs cunctis sequentibus sese perspectū: omnesq̧ se triangulis antecedent. Quare perfecte vt arbitroꝛ demōstratū est: omniū foꝛmarum pꝛincipiū elementumq̧ esse triangulum.

De numeris solidis. Cap. 20.



Inc vero ad figuras solidas facilioꝛ via ē. Pꝛęcognito enim qd in planis numeroꝝ figuris vis ipa quātitatis naturaliter operet̄

ad solidos numeros nō erit ulla cū/
ctatio. Sicut eni longitudini nume
roꝝ aliud intuallū id est supficiē ut
latitudo ōnderet̄ adiecim⁹: ita nunc
latitudini figs addat eā q̄ alias alti
tudo: alias crassitudo: alias ꝓfūdi/
tas appellat̄: solidū numeri corp⁹ ex
plebit.

De pyramide quod ea sit solidaꝝ fi
gurarum principiū sicut triangulus
planarum. Cap. 21.



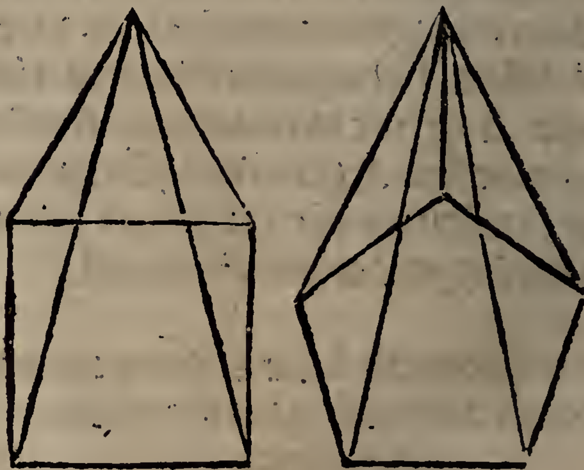
Ideē aūt quē
admodū ī pla
nis figuris tri/
angulus nume
rus prim⁹ ē: sic
in solidis q vo
cat̄ pyramis ꝓ
fūditatis eē pn
cipiū. Omniū
qppe rataꝝ in numeris figuraꝝ ne/
cesse ē inuenire pmordia. Est aūt py
ramis alias a triangula basi in alti
tudinē sese erigēs: alias a tetragona
alias a pētagona: ⁊ scdm̄ sequentiū
multitudinēs anguloꝝ ad unū cacu
minis verticē subleuata. Posito eni
triangulo atq̧ disposito: si p tres an
gulos singulę rectę lineę stantes po
nāt̄: hęq̧ tres inclinēt̄ ut ad unū me
diū pūctū vtices iūgant: fit pyramis
Quę cū a triāgula basi ꝑfecta sit: tri/
bus triāgulis p latera ꝯcludit̄ hoc mō
Sit. a. b. c. triangulū: si huic igit̄ triā
gulo p tres angulos erigant̄ lineę: ⁊
ad unū pūctū ꝯuertant̄: qd est. d. ita
ut. d. pūctū nō sit in plano sȝ pēdēs:
illę scȝ lineę ad ipm erectę vticē ⁊ qd
ammodo cacumen. d. faciēt: et erit
basis. a. b. c. unū triangulū: p latera
vo tria triangula id est unū triangu
lum. a. d. b. aliud vero. b. d. c. tertiū
vero. c. d. a.

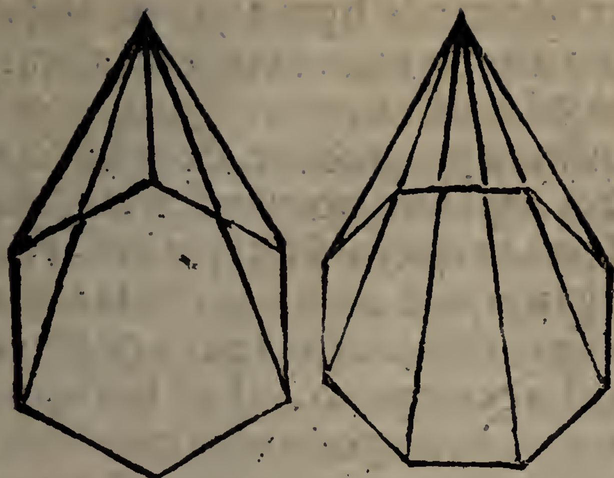


De his pyramidis q̄ a q̄dratis vel a
cęteris multiangulis figuris ꝓfi/
ciscuntur. Cap. 22.



Tem si a tetragona
basi ꝓficiscat̄: et ad
unū verticē ei⁹ lineę
dirigant̄: erit pyra/
mis q̄tuor triāgulo
rū p latera: uno tm̄
tetragono ī basi po
sito: sup quā figura ipa fūdata ē. ⁊ si
a pētagono surgāt qnq̧ lineę: qnq̧
rursus pyramis triāgulis ꝯtinebit̄. ⁊
si ab hexagono sex triāgulis nihilo/
min⁹: ⁊ quātoscūq̧ angulos habue
rit figura sup quā pyramis residet:
tot ipsa p latera triāgulis ꝯtinet̄. ut ī
subiectis descriptionib⁹ palā est.





Solidorum generatio numerorum. Cap. 23.



Dicunt aut huiusmodi pyramides hoc mo. Prima pyramis de triangulo: scda pyramis de tetragono: tertia pyramis de pentagono: qrta pyramis de hexagono qnta pyramis de heptagono. Idez in ceteris constat numeris. Nã qm lineares numeros esse diximus: q ab vno profecti in infinitũ currerẽt ut sunt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

His aũt ordinatim cõpositis et in se inuicẽ cũ distãtia iũctis superficies nascebãt. Ut si vnũ et duo iũgeres: primus triãgulus nasceret: id est. 3. et cũ his adiũgeremus tertiũ: id est ternariũ: senarius triãgulus rursus occurreret. et post hos tetragoni vno intermisso: pẽtagoni vo duobus. hexagoni tribus: heptagoni relictis qtuor nascebant. Nũc vero ad solidorum corporum procreationẽ: ipse nobis superficies naturaliter figurate peruenient: et ad faciendas qdẽ pyramidas a triangulo ipi nobis trianguli cõponendi sũt. Ad procreandas vero pyramidas a tetragono: tetragoni. ad eas vero que sunt a pentagono: pentagoni copulandi sunt. et ille que sunt ab hexagono vel heptagono non nisi hexagonorum vel heptagonorum copulatione nascent. Primus ergo potestate triangulus vnitas est: eandẽq etiam ponemus virtute pyramidã. secundus vero triangulus est ternarius: quem si cum primo coniunxero: id est cum vnitate: quaternaria mihi profunditas pyramidis excrescit. At vero si is tertiũ senarium iũxero: denaria pyramidis procreabitur altitudo. His si denariũ iunxero. 20. numerorum pyramis veniet. atque ita in cunctis alijs eadem ratio copulationis est.

Trianguli.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

Pyramides a triangulis.

1	4	10	20	35	56	84	120	165	220

In hac igitur coniunctione necesse est: vt semper qui vltimus fit cõiugatorum numerorum: is quasi quodammodo basis sit. Cunctis enim latior inuenitur: et qui ante ipsum numeri coniungantur: minores esse necesse est: vsque dum ad vnitatem detractio rata perueniat. que puncti quodammodo et verticis obtineat locum. Nanq in. 10. pyramide super sex additi sunt. 3. atq vnus. q senarius superat ternariam quantitatem. ipsi vero tres vnũ pluralitate

transcendũt. qui vnus extremũ terminũ pgressionis offendit. Similis quoqꝫ ratio in ceterꝭ pspici põt: si eorũ pcreationes diligenti⁹ volueris pscrutari. Jlle vero q̃ sũt a tetragono pyramides: eadẽ tetragonoꝝ sup se cõpositione nascunt. Descriptis eni cunctis tetragonis id est.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

SJ vnitatẽ primã ex hac dispositiõe p̃sumã: erit mihi potestate ⁊ vi pyramis ipsa vnitas: nondũ etiã opere atqꝫ actu. At si huic tetragonũ supponã id est. 4. nascet pyramis quinqꝫ numeroꝝ: q̃ duob⁹ tãtũ numerꝭ p latera positis ↄtinet. Sin vero his sequentes. 9. adiecero: fiet mihi. 14. numeroꝛũ forma pyramidis: q̃ p latera trib⁹ vnitatib⁹ ↄcludatur. Atqꝫ huic si sequẽtẽ tetragonũ 16. supponam: tricenaria mihi pyramidis forma pducit. Jn his q̃ꝫ oĩbus pyramidis: tot erunt vnitates p latera quãte in se fuerint numeroꝛũ aggregate quãtitates. Nã vnitas q̃ prima pyramis est vnũ solũ id est se ipaꝫ gerit in latere. Quinqꝫ v̇o q̃ cõstant ex vno ⁊. 4. duob⁹ p latera designat: ⁊. 14. q̃ ex tribus numeris cõpositꝭ fit: ternario numero in latere posito ↄstituit. Hanc aũt pyramidũ gñatiõeꝫ mõstrat subiecta d̃scriptio.

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Pyramides a tetragonis.

1	5	14	30	55	91	140	204	285	385

ET ad eũdẽ modũ cũcte a ceteris multiangulis pfecte forme: in altioris summe spacia pducunt. Omnis eni multoꝝ anguloꝝ forma ex sui generis figura vnitati supposita ab vno ingredientibus ad pyramidũ constituendas figuras vsqꝫ in infinita progreditur. Et ex hoc equideꝫ apparere necesse est triangulas formas ceterarũ figurarũ esse principiuꝫ: quod omnis pyramis a quacunqꝫ basi profecta: vel a quadrato vel a pentagono: vel ab hexagono vel ab heptagono vel a quocunqꝫ similiũ: solis triãgulis vsqꝫ ad verticẽ continet.

De curtis pyramidis. Cap. 24.



Cire autẽ opoꝛtet que sunt curte pyramides vel q̃ bis curte: vel q̃ ter curte: vel quater: ⁊ deinceps scd̃ꝫ numeroꝝ adiectionem. Perfecta eni pyramis est: q̃ a qualibet basi pfecta vsqꝫ ad primã vi ⁊ potestate pyramidã pueit vnitatẽ. Sin v̇o a q̃libet basi pfecta vsqꝫ ad vnitatẽ altitudo illa nõ venerit: curta vocabit. Recteqꝫ huiusmodi pyramis tali nũcupatiõe signat: si vsqꝫ ad extremitatẽ punctũqꝫ nõ venerit. Hec aũt est: vt si qs. 16. tetragono adijciat. 9. atqꝫ huic. 4. ⁊ ab vlterioris sese adiectione vnitatis suspendat: pyramidis equidẽ figura est: sed quoniã vsqꝫ ad cacumen verticis non excreuit: curta vocabitur: ⁊ habebit sũmitatẽ non iam punctum qd̓ vnitas ẽ: sed superficiẽ: qd̓ est quilibet numerus scd̓m basis illius angulos poꝛrectus: atqꝫ vltim⁹ aggregat⁹. Nã si tetragona fuerit basis: q̃dꝛata dimi-

mutione semp ascendit. ꝛ si pentago na basis: similiter. ꝛ si hexagona: illa quoq₃ vltima supficies erit hexago/ na. Ergo in curta pyramide tot erit angulorꝫ supficies quot fuerit basis Si vo illa pyramis nō solū ad vnita tē extremitatēq₃ nō puenit: sed nec ad primū quoq₃ opere ꝛ actu multi angulū ei⁹ generis cui⁹ fuerit basis: bis curta vocabit̃. vt si a. 16. tetrago no pficiscens vsq₃ in. 9. terminū po/ nat: neq₃ excrescat ad. 4. ꝛ q̃tcūq₃ te/ tragoni defuerint: totiens eā curtaꝫ esse dicem⁹. Ut si vnitas defuerit p̃/ mus quadrat⁹: curtā quaꝫ greci ko/ luron vocant. Si vero duobus te/ tragonis deficit: id est vnitate ꝛ eo q̃ sequit̃: vocatur bis curta quaꝫ greci dikoluron appellant. Quod si tri/ bus tetragonis; ter curta dicit̃ quā greci trikoluron nominant: ꝛ quot/ cūq₃ tetragoni fuerint min⁹: totiens illā pyramidā curtā esse pponimus. Hoc aūt nō solū a tetragono pyra/ midis: sed in oib⁹ ab omni multian/ gulo pgredietib⁹ speculari licet.

De cubis vel asserib⁹ vł laterculis vł cuneis vel sphericis ꝛ paralellipipe/ dis numeris. Cap. 25.



Et de solidꝭ qui dē quę pyrami dis formā obti nent ęqualiter crescentib⁹: ꝛ a ppa velut radi/ ce multianguli figura pgredie tib⁹ dictū est. Est alia rursus quędā corporꝫ solidorꝫ ordinabilis cōposi/ tio: eorꝫ q̃ dicunt̃ cubi vel asseres: vł laterculi: vel cunei: vel sphere: vel pa ralellipipedi. q̃ sūt quotiēs supficies ꝯ se sūt: ꝛ ductę in infinitū nūq₃ ꝯcur rēt. Dispositꝭ eni i ordinē tetragōis.

1	4	9	16	25

Quoniā hi solā longitudinē latitu/ dinēq₃ sortiti sūt ꝛ altitudine carēt: si p latera solā vnā multiplicationeꝫ recipiant: ęqualē puehūt pfundita/ tē. Nā q̃tuor tetragon⁹ duos habet in latere: ꝛ nat⁹ ē ex bis duob⁹. Bis eni duo q̃tuor faciūt. Hos ergo du/ os ex ipsi⁹ latere si multiplices ęqua liter: cubi forma nascet̃. Nā si bis bi nos bis facies: octonaria quātitas crescit: ꝛ est prim⁹ hic cubus. Nouē vo tetragon⁹ qm̃. 3. habet in latere: ꝛ fact⁹ est ex trib⁹ in se multiplicatis si eni vnā lateris multiplicatiōeꝫ ad iunxeris: rursus alius cubus ęquali laterꝫ formatiōe crescit. Ter eni tres si tertio duxeris. 27. cubi figura pro ducit̃. Et. 16. qui ē ex. 4. si q̃ter auge scat: sexaginta q̃tuor cubus pari la/ terꝫ dimēsione crassabit̃. ꝛ sequētes qdem tatragoni scdm eundē modū multiplicatiōe facta puehunt̃. Tot aūt necesse est vnitates cubus habe at in latere: quot habuit prim⁹ ille te tragon⁹ ex quo ipse pduct⁹ est. Nam qm̃. 4. tetragon⁹ duos tm̃ numeros habet in latere: duos quoq₃ habet octonarius cubus. ꝛ qm̃ nouē tetra gonus trib⁹ p latus vnitatibus figu rabat̃: solo ternario. 27. cubi lat⁹ vr/ get̃. Et qm̃. 16. tetragon⁹ q̃tuor vni/ tatū latus habebat: totidē. 64. cub⁹ in latere gestabit vnitates. Quare

etiã vi ⁊ potestate cubi qḋ est vnitas vnus erit in latere. Omnis enĩ tetragon⁹ vna quidez supficies est q̃tuoꝛ anguloꝝ: totidẽq3 lateꝝ. Omnis aũt cubus qui ex tetragonoꝝ supficie in ꝓfunditatẽ corpoꝛ crevit: per tetragoni scz latus multiplicat⁹: habebit quidẽ supficies .6. quaꝝ singula planitudo tetragono illi pꝛioꝛi ęqualis ẽ. Latera võ. 12. quoꝝ vnũqḋq3 singulis his q̃ superioꝛis fuere tetragoni ęquũ est. ⁊ vt superius demõstrauim⁹: tot vnitatũ est. Angulos vero 8. quoꝝ singulus sub trib⁹ huiusmodi ꝯtinet: quales pꝛioꝛes fuere tetragoni vnde cubus ipse ꝓduct⁹ est. Ergo ex naturaliter ꝓfuso numero: q in subiecta foꝛma descripti sũt subiecti tetragoni nascũt. ⁊ ex his tetragonis q subnotati sũt: cubi ꝓuehunt.

Numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49

Cubi.

1	8	27	64	125	216	343

ET qm̃ omnis cubus ab ęquilateris q̃dꝛatis ꝓfectus: ęqu⁹ipse oĩbus partibus est. Nã ⁊ latitudini longitudo: ⁊ his duob⁹cõpar est altitudo. ⁊ scḋm sex partes: id est sursũ deoꝛsũ: dextera: sinistra: ante: post: sibi ęqualẽ esse necesse est. huic opposítũ ꝯtrariũq3 eẽ opoꝛtebit: qui neq3 lõgitudinẽ latitudini: neq3 hęc duo ꝓfunditati gerat ęqualia: sed cũctis inęqualib⁹ quãuis solida figura fit ab ęqualitate cubi longissime distare videat. Hi aũt sunt: vt figs faciat bis tres quater: vł ter quater quinquies: ⁊ alia huiusmodi quę ꝑ inęq̃les spacioꝝ gradus inęqualiter prouehunt. Hęc aũt foꝛma greco noĩe scalenos vocat. nos võ gradatã possum⁹ dicere. qḋ a minoꝛe modo velut gradib⁹crescat ad maius. Uocãt aũt eandez figurã greci quidã spenniscon. Nos aũt cuneũ possum⁹ dicere. Etenĩ quos ad quãlibet illã rẽ constringendã cuneos foꝛmãt: neq3 latitudinis: neq3 longitudinis: neq3 altitudinis habita ratione: quantũ cõmodũ fuerit: tantũ vel altitudini minuit vel crassitudini ꝓfunditatis auget. Atq3 ideo hos plerũq3 necesse est oĩbus partibus inęqualib⁹ inueniri. Quidam vero hos bomiscos vocant. id est quasdã arulas quę in ionica grecię regione vt ait nichomacus hoc modo foꝛmatę fuerunt: vt neq3 altitudo latitudini: neq3 hęc longitudini cõuenirent. Uocat aũt alijs quibusdã nominib⁹quę nũc ꝑsequi supuacuũ iudicam⁹. Igit cubi ęqualibus spacijs se poꝛrigẽtibus: ⁊ hui⁹foꝛmę quã diximꝰ gradata distributiõe dispositę: medietates sũt: quę neq3 cunctis partibus ęquales sũt: neq3 omnibus inęquales. quos greci paralellipipedos vocant. Latini nomen hoc ita vnifoꝛmiter cõpositum habere non possunt. Ut tamen idem pluribus dictũ fit: ea nãque hoc nomine vocatur figura: q̃ alternatim positis latitudinibus cõtinetur.

De parte altera longioꝛibus numeris: eoꝛũq3 generationibus. Cap. 26.



Huiusmodi vero formas quales sūt que vocantur a grecis heteromikeis nos dicere possum⁹ parte altera lōgiores. quarum figurarū numer⁹ quoque hoc modo diffiniendus est. Parte altera longior est numerus: quē si in latitudinē describas: ꝛ ipse quidē .4. ꝓuenit laterū ꝛ .4. angulorum sed nō cunctis equalibus sed semper minus vno. Nanque nec latera lateribus cuncta cūctis equa sunt: nec lōgitudini latitudo: sed vt dictum est: cum hinc altera pars maior fuerit: vno tantū minorem precedit ac superat. Si enim numerū naturalem disponas in ordinem: ꝛ secundū per primū multiplices: talis nascetur numerus. vel si secundū per tertiū: vel si tertiū per quartū: vel si quartū per quintum. omnesque hi vnitate tantū addita multiplicentur: nascentur parte altera longiores. Disponatur enī numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7

Et nunc quidem hactenus. Siquis igitur faciat vnū bis: faciet duo. Et rursus bis tres faciet .6. ter q̄ter faciet .12. quater .5. faciet .20. ꝛ hoc modo ad eundem ordinē. Quicunque igitur ita facti sunt: procreabuntur parte altera longiores: vt subiecta descriptio docet. In qua ex quibus numeris multiplicati nascuntur parte altera longiores supra asscripti sunt. Qui vero nascuntur subterius subnotati.

1	2	3	4	5	6

2	6	12	20	30

De ante longioribus numeris: et de vocabulo numeri parte altera longioris. Capitulum .27.



Ergo si ab vnitate tantum discrepent qui multiplicantur: descripti superius numeri protēdentur. Si vero aliquo numero vt ter septē vel ter quinque vel aliquo modo alio ꝛ non eorum latera sola discrepent vnitate: nō vocabitur hic numerus parte altera longior: sed ante longior. Alterum enim apud pythagorā vel sapientie eius heredes nulli alij nisi tantum binario ascribebatur. Hunc alteritatis principium esse dicebant. Eandem autem naturam ꝛ semper sibi similē consentientemque nullam aliam nisi primeuā ingeneratamque vnitatem. Binarius autem numerus primus est vnitati dissimilis: idcirco quod prim⁹ ab vnitate disiūgitur. atque ideo alteritatis cuiusdam

principiū fuit: qđ ab illa prima et sp eadē substātia sola tantū est vnitate dissimilis. Merito ergo dicentur hi numeri parte altera lōgiores: qđ eorū latera vni⁹ tm̄ sese adiecta numerositate ꝓcedūt. Argumētū est autē alteritatē ī binario numero iuste cōstitui: qđ nō dicit̄ alteꝝ nisi e duob⁹ ab his in quos bn̄ loquēdi ratio nō negligit̄. Amplius qđ impar numerus sola vnitate ꝑfici mōstratus est: par vero sola dualitate id est solo binario numero. Nā cuiuscūqꝫ medietas est vnus: ille impar est. cui⁹ vero 2. hic paritate recepta: in gemina ęq disiungit̄. Quare dicendū est imparē numerū eiusdē atqꝫ in sua se natura tenentis īmotabilisqꝫ substantię eē participez: idcirco qđ ab vnitate formet̄. parē vͦo alteri⁹ plenū esse naturę: idcirco qđ a dualitate cōplet̄.

Qđ ex imparib⁹ quadrati: ex parib⁹ parte altera lōgiores fiāt. Cap. 28.



At vero posit⸗ in ordinē ab vnitate imparib⁹: et sub his a dualitate paribus descriptis: coaceruatio imparium tetragonos facit: coaceruatio pariū supiores efficit parte altera lōgiores. Quare qm̄ tetragonoꝝ hęc natura est vt ⁊ ab imparib⁹ ꝓcreent̄: qui sunt vnitatis participes id est eiusdē imutabilisqꝫ substantię: cūctisqꝫ partib⁹ suis ęquales sint: qđ ⁊ anguli angulis: ⁊ latera laterib⁹: ⁊ longitudini cōpar est latitudo: dicendū ē huiusmodi numeros eiusdez naturę atqꝫ īmutabilis substātię participes. Illos vͦo numeros quos parte altera lōgiores paritas creat: alteri⁹ dicem⁹ esse substantię. Nā quēadmodū vnus a duob⁹ vno tantū alter est: sic hoꝝ latera a se tm̄ vno sunt altera: ⁊ vna tantū differūt vnitate. Quare disponant̄ in ordinē oēs ab vno impares: ⁊ sub his omnes a binario numero pares.

1	3	5	7	9	11	13
2	4	6	8	10	12	14

Est ergo princeps imparis ordinis vnitas: q̄ ipsa quidē effectrix ⁊ quodāmodo forma quędā ē īparitatis. Quę in tantū eiusdē nec mutabilis substantię est: vt cū vl̄ seipsam multiplicauerit: vel in planitudine vel in ꝓfunditate: vl̄ si aliū quēlibet numeꝝ ꝑ seipsā multiplicet: a ꝓoris quātitatis forma nō discrepat. Nāqꝫ si vnū semel facies vel si semel vnū semel: vl̄ si duo semel: vel si tres semel: vel si q̄tuor semel: vel si quēlibet aliū numerū multiplicet: a quātitate sua is quē multiplicat numer⁹ nō recedit. qđ circa aliū numerū nō potest inueniri. Paris vͦo ordinis binari⁹ numer⁹ princeps ē. quę dualitas cum in eodē ordine paritatis sit: tū principiū totius est alteritatis Nāqꝫ si seseipsā multiplicet vel ꝑ latitudinē vel etiā ꝓfunditatem: vel si quē numeꝝ in suā ꝯglobet quātitatē: ꝯtinuo alter exorit̄. Nā bis duo vel bis duo bis si facias: vel bis tres vel bis. 4. vel bis. 5. vel quēlibet aliū multiplicet: quisqꝫ hinc nascit̄ alius quā primo fuerat inuenit̄. Nascunt̄

aũt ex superiore descriptione ⁊ ex pͥmo ordine oẽs tetragoni hoc mõ. Unũ eni si respexeris: prim⁹ potestate tetragonus est. Sin vͦ vnũ trib⁹ coaceruaueris .4. tetragon⁹ exorit. Huic si quinariũ iungã: nouenari⁹ rursus occurrit. Huic si copules .7. 16. q̃drati forma se suggerit. Ideꝗ si in ceteris facias oẽs cõpetenter q̃dratos videas ꝓcreari. At vero ex secũdo paritatis ordine idem cũcti parte altera longiores fiunt. Nãꝗ si duos primos respexero: huiusmodi mihi numerus occurrit qui fit ex bis vno. Cũ vͦ duob⁹ sequentes .4. iũxero: parte altera longior rursus erit: senari⁹ scꝫ q̲ fit ex bis trib⁹. Cui si sequentẽ aggregauero nascet mihi duodenaria forma: q̃ fit ex q̃ter trib⁹. Qđ si ꝯtinuatim q̲s faciat cũctos huiusmodi numeros ĩ cõpetẽti ordine ꝓcreatos videbit. Quã descriptionẽ scꝫ iferior forma demõstrat.

Radices.				
1	1.3.	1.3.5.	1.3.5.7.	1.3.5.7.9.
Tetragoni id est quadrati.				
1	4	9	16	25

Radices.				
2	2.4.	2.4.6.	2.4.6.8.	2.4.6.8.10.
Parte altera longiores.				
2	6	12	20	30

De generatione laterculorũ eorũꝗ diffinitione. Cap. 29.



Uos aũt superi⁹ laterculos dixim⁹: q̃ sũt ⁊ ipe q̲de solide figure hoc mõ fiũt. Quotiẽs eq̃lib⁹ spacijs ĩ longitudinẽ latitudinẽꝗ porrect[ ]: minor his addit altitudo. Ut sunt huiusmodi .3. ter bis. qui sũt .18. vel .4. quater bis vel alio quolibet modo. vt his in lõgitudinẽ latitudinẽꝗ equis minor altitudo ducat. Hi definiunt h̃ mõ. Laterculi sũt q̲ fiũt ex eq̃lib⁹ eq̃liter in minus. Asseres vͦ ⁊ ipse quidẽ figure sũt solide: sꝫ hoc modo vt ex eq̃lib⁹ equaliter ducant in mai⁹. Nã si equa fuerit latitudo longitudini et maior sit altitudo: ille figure a nobis asseres: a grecis clocides noiant. vt si q̲s h̃ mõ faciat .4. q̃ter nouies: qui inde ꝓcreãt asseres noĩati sũt. Sphenisci vͦ q̃s cuneolos superi⁹ appellauim⁹ hi sũt: q̲ ex inequalib⁹ ineq̃liter ducti ꝑ ineq̃lia creuere. Cubi vͦ qui ex eq̃lib⁹ eq̃liter ꝑ eq̃lia ꝓducti sũt.

De circularibus vel sphericis numeris. Cap. 30.



Psorũ vͦ cuborũ quãticũꝗ fuerint ita ducti: vt a quo nũero cubice quãtitat[ ] lat⁹ coeperit in eundẽ altitudinis extremitas terminet: numer⁹ ille ciclic⁹ vl' spheric⁹ appellat. vt sũt mul

tiplicationes q̃ a q̄nario vel senario
ꝓficiscunt̄. Nā quinquies quinq̄ q̄ fit
25. ab. 5. ꝓgressus ī eosdē. 5. desinit
Et si hos rursū quinquies ducas: in
eosdē. 5. eoꝝ termin⁹ veniet. Quinq̄
es enī. 25. fiunt. 125. ⁊ si hos rursus
quinq̄es ducas: ī q̄nariū numeꝝ ex-
tremitas terminabit̄. Atq̄ h̄ vsq̄ in
infinitū idē sp̄ euenit. Qd̄ in senario
q̄z ꝯuenit ꝯsiderari. Hi aūt numeri
idcirco ciclici vel sphaerici vocant̄: qd̄
sicut spęra vel circulus in ꝓprij sp̄ p̄n-
cipij reuersiōe formant̄. Est enī cir-
culus posito quodā pūcto ⁊ alio emi
nus defixo: illi⁹ pūcti qui emin⁹ fix⁹ ē
ęqualiter distās a p̄mo pūcto circū-
ductio: ⁊ ad eundē locū reuersio vn
de moueri coeperat. Sphera v̄o est
semicirculi manēte diametro circū-
ductio ⁊ ad eūdē locū reuersio vn̄ p̄
us coeperat ferri. Unitas quoq̄ vir
tute ⁊ potestate ipsa quoq̄ circulus
vel spęra est. quotiēs enī punctū ī se
multiplicaueris: in seip̄m vn̄ coepe-
rat t̄minat̄. Si enī faciat semel vnū
vnus redit. ⁊ si h̄ rursus semel idē ē
Igit̄ si vna fuerit multiplicatio solā
planitudinē reddit: ⁊ fit circulus. Si
scd̄a: mox sphera ꝯficit̄. Etenī scd̄a
m̄ltiplicatio effectrix sp̄ est ꝓfūditat̄.
Ex. 5. igitur ⁊. 6. paucas huiusmodi
formas subscripsimus.

1	5	6
1	25	36
1	125	216
1	625	1296
1	3125	7776

De natura reꝝ q̄ dicit̄ eiusdē naturę
⁊ de ea q̄ dicit̄ alteri⁹ naturę. ⁊ q̄ nu-
meri cui naturę ꝯiūcti sūt. Cap. 31.



Ac de solidis q̄-
dē figuris hęc
ad p̄sens dicta
sufficiant. Qui
aūt de natura
reꝝ ꝑpingꝫ in-
uestigātes rati
onib⁹: quiq̄ in
matheseos disputatione versati: qd̄
ī quaq̄ re eēt ꝓpriū subtilissime peri
tissimeq̄ ediderūt: hi rerū oīuꝫ natu
ras in gemina diuidētes hac specu-
latiōe distribuūt. Dicūt enī oēs oīuꝫ
reꝝ substātias cōstare ex ea q̄ ꝓprię
suęq̄ sp̄ habitudinis est nec vllo mō
ꝑmutat̄. ⁊ ea scꝫ natura q̄ variabilis
mot⁹ est sortita substātiā. Et illā pri-
mo īmutabilē naturā vni⁹ eiusdēq̄
substātię vocāt. Hanc v̄o alteri⁹ scꝫ
qd̄ a prima illa īmobili discedēs pri
ma fit altera. Qd̄ nimirū ad vnitatē
ꝑtinet: ⁊ ad dualitatē. qui numerus
primus ab vno discedēs alter fact⁹
est. Et qm̄ cūcti scd̄m vnitatis speciē
naturāq̄ impares numeri formati
sūt: quiq̄ ex his coaceruatis tetrago
ni fiunt duplici modo eiusdē substā
tię participes esse dicunt̄: quod vel
ab ęqualitate formant̄ tetragoni: vl̄
coaceruatis in vnū numeris impari
bus procreantur. Illi vero qui sunt
pares: quoniā binarij numeri for-
mę sunt: quiq̄ ex his coaceruati col
lectiq̄ in vnā congeriem parte alte-
ra longiores numeri nascunt̄: hi se-
cundū ipsius binarij numeri natu-
ram ab eiusdem substantię natura
discessisse dicunt̄. putanturq̄ alteri-

us nature ee participes: idcirco quoniam cum latera tetragonorum ab equalitate progressa in equalitatem proprie latitudinis ambitū tendāt: hi adiecto vno ab equalitate laterū discesserunt: atq3 ideo dissimilibus lateribus et quodammodo alteris a se coniungunt. Quare nobis notum est quod ex his ea que sunt in hoc mundo cōiuncta sunt. Aut eniz proprie imutabilis eiusdemque substantie est quod deus vel anima vel mens est: vel quodcunq3 proprie nature incorporalitate beatur. aut mutabilis variabilisq3 nature: quod corporibus indubitanter videmus accidere. Unde nunc nobis monstrādum est: hac gemina numerorū natura quadratorum scilicet z parte altera longiorum: cūctas numeri species cunctasq3 habitudines vel relate ad aliquid quantitatis: vt multiplicium vel superparticularium z ceterorum. vel ad seipsam considerate: vt formarum quas dudum in superiore disputatione descripsimus informari. vt quemadmodū mundus ex imutabili mutabilique substantia: sic omnis numerus ex tetragonis qui imutabilitate perficiuntur: z ex parte altera longiorib⁹ qui mutabilitate participant probetur esse coniunctus. Et primo quidem distribuendū est qui sunt hi quos promecas vocant: id est anteriore parte longiores. vel qui quos heteromikeis id est parte altera lōgiores. Est enim parte altera lōgior numerus: quicunq3 vnitate tantum lateri crescit adiecta. vt sunt. 6. scilicet bis 3. vel 12. tres quater. z consimiles. Anteriore vero parte longior est: q sub duobus numeris huiusmodi cōtinetur: quoruz latera non possidet vnitatis differentia: sed aliorum quorumcunq3 numerorum. vt ter. 5. vel ter sex vl quater. 7. Quodammodo enim longitudine in prolixiorē modum porrecta merito anteriore parte longior dicitur. Cur autem parte altera longiores numeri dicantur: supra iam dictum est. Quadrati vero quoniā equā latitudinem longitudini gerunt: proprie longitudinis vel eiusdez latitudinis aptissime vocabuntur. vt bis. 2. ter 3. quater. 4. z ceteri. Parte altera vero longiores: quod non eadem longitudine tendantur: alterius quodammodo longitudinis: z parte altera longiores vocantur.

Quod omnia ex eiusdem natura et alterius natura cōsistunt: idq3 in numeris primū videri. Cap. 32.



Omne autem quicquid in propria natura substantiaque est immobile: terminatum definitumque est. quippe quod nulla variatione mutetur: nunq3 esse desinat: nūquam possit esse quod non fuit. At hec vnitas sola est. et que vnita-

te formant: comprehensibilis et determinate et eiusdē substātie eē dicūt. Ea vō sūt q̄ vel ab eq̄lib' crescūt velut q̄drati. vel quos ipsa vnitas format: id est impares. At vō binari' et cūcti parte altera lōgiores: q a finita substātia discesserūt: variabilis infinitec' substātie noīant. Cōstat ergo numer' oīs ex his q̄ lōge disiūcta sūt atq' ōria: ex imparib' sc3 et paribus. Hic eni stabilitas: illic instabilis variatio. hic imobilis substātie robur: illic mobilis pmutatio. hic definita soliditas: hic infinita ogeries mltitudinis. Que sc3 cū sint ōria: in vnā tū qdammodo amiciciā cognatiōez' miscent: et illi' vnitat' informatione atq' regimēto vnū numeri corp' efficiūt. Nō ergo inutilit neq' improuide q de hoc mūdo deq' hac cōi rer natura raciocinabant: hāc primā totius mūdi substātie diuisionē fecerūt. Et plato qdē in timeo eiusdē nature et alteri' noīat qcqd in mūdo ē. atq' aliud i sua natura pmanere putat i diuiduū incōiunctūq' et rer oīu3 primū. alter diuisibile: et nunq̄ in pprij statu ordinis pmanēs. Phylolaus vō necesse ē inquit oīa q̄ sūt vel infinita vl' finita. Demōstrare sc3 volens oīa q̄cūq' sūt ex his duob' osistere. aut ex infinita sc3 eē: aut ex finita: ad numeri sine dubio similitudinē. Hic eni ex vno et duob' et impari atq' pari oiūgit. Que manifesta sūt eq̄litatis atq' ineq̄litat': eiusdē atq' alteri': definite atq' indefinite esse substātie. Qd videlicet nō sine causa dictū ē: oīa q̄ ex ōrijs osisterent: armonia q̄dā oiungi atq' cōponi. Est eni armonia plurimor adunatio et dissentientiū consensio.

Ex eiusdē atq' alteri' numeri natura q sūt q̄drat' et parte altera lōgiores oēs pportionū habitudines ostare. Capitulū. 33.



Disponāt ergo in ordinē non iaz pares atq' ipares ex qb' q̄drati vel parte altera lōgiores fiunt: s3 hi ipsi q illis coaceruatis i vnū q' redact' et q̄drati et parte altera lōgiores pdeūt. Ita eni videbim' istorū quēdā osensum et ad ceteras numeri partes pcreandas amiciciā: vt nō sine causa hoc in oibus reb' ab numeri specie natura rer sūpsisse videat. Sint igit duo versus tetragonor ab vnitate omniu3: et a binario numero parte altera longior.

1	4	9	16	25	36	49
2	6	12	20	30	42	56

Horū igit si primū cōpares pmo dupli quātitas inuenit: q̄ est pma multiplicitatis species. Si vero scdm scdo: hemiolie quātitatis habitudo pducit. Si terciū tercio: sesquitercia pportio pcreat. Si quartū q̄rto: sesquiquarta. et si quintū quinto: sesqquinta. Et hinc supparticulariū normā in quāuis longissimū spaciū pgrediēs: integrā inoffensāq' reperies. Ita vt in prima dupli pportione vnitatis soli' sit differētia. Duo nāq' ab vno sola semp discrepāt vnitate.

Quid sit Armonia

In sesqualtera vo duoꝝ est differẽtia. in sesquitercia triũ. in sesquiqrta 4. ꝛ deinceps scdm supparticulares formas numeroꝝ: qd ad differẽtias attinet: vno tantũ crescit adiecto numerũ explicans naturalẽ.

Dupla			sesqualtera			sesquitercia			sesquiqrta		
	1 —	1 / 2		2 —	4 / 6		3 —	9 / 12		4 —	16 / 20

SIn vo scdm tetragonũ primo parte altera lõgiori cõpares: et terciũ scdo: ꝛ qrtũ tercio: ꝛ qntũ qrto easdẽ rursus ꝓportiões effici ꝑnotabis qs in superiore forma descripsimus. Sed hic differẽtie ab vnitate nõ inchoãt: sꝫ a binario numero in infinitũ ꝑ eosdẽ calculos ꝓgrediunt. Eritqꝫ secũdus ꝓmi duplus. terti' secundi sesqualter. quart' tertij sesqtercius. scdm eandẽ ꝯuenientiã que superius demonstrata est.

Dupla			sesqualtera			sesquitercia			sesquiqrta		
	2 —	4 / 2		3 —	9 / 6		4 —	16 / 12		5 —	25 / 20

RUrsus quadrati inuicẽ imparibus differunt: parte altera lõgiores paribus.

Differentie impares.

	3	5	7	9	11	13
1	4	9	16	25	36	49

Quadrati.

Differentie pares.

	4	6	8	10	12	14
2	6	12	20	30	42	56

Parte altera longiores.

AT vo si iter primũ ꝛ scdm tetragonũ primũ parte altera longiorẽ ponim': ad vtrosqꝫ eos vna proportione ꝯiũgit. In vtrisqꝫ enĩ ꝓportionib' dupli multiplicitas inuenit. Sin vo inter scdm terciũqꝫ tetragonũ scdm parte altera lõgiorẽ ponas sesqualtere cõparationis ad vtrosqꝫ forma cõponit. Et si int terciũ ꝛ qrtũ tetragonũ tertiũ parte altera longiorẽ ꝯstituas: sesqtercia spẽs nascet ꝛ idẽ si in cũctis feceris: cũctas supparticulares spẽs ĩuenire miraberis.

Tetragoni	Parte altera lõgiores	Tetragoni	
ꝓm' 1	ꝓm' 2	secũd' 4	duplus
2' 4	2' 6	3' 9	sesqualt
3' 9	3' 12	4' 16	sesqterti'
qrt' 16	qrt' 20	quit' 25	sesqqrt'

AT ad eundẽ modũ in ceteris cõuenit intueri. Rursus si ponãt duo tetragoni ex superi' descriptis: id est prim' ꝛ secũdus: ꝛ in vnũ colligant: ꝛ medi' eoꝝ parte altera lõgior bis mltiplicet: tetragon' fit. Nãqꝫ vn' ꝛ 4. si iungant. 5. faciũt. eoꝝ binarius parte altera lõgior si bis ducat: qtuor faciũt. qui iuncti. 9. sine vlla dubitatione ꝯficiẽt q est numer' qdratus. Et ad eundẽ modũ ĩ alijs hoc modo dispositis numeris quos supra descripsim' idem ꝯstat intelli/

gi. Si vero conuertas ⁊ inter duos primũ ⁊ secundũ parte altera longiores secunduꝫ tetragonum ponas: qui in ordine quidem secundus est: sed actu ⁊ opere primus. ex duobus parte altera longioribus congregatis: ⁊ bis multiplicato medio tetragono: rursus tetragonus conficitur. Nanqꝫ inter. 6. ⁊ binarium numerũ qui sunt primus ⁊ secũdus parte altera longiores si ponatur quaternarius ordine secundus: primus actu tetragonus: ⁊ coniungant duo ⁊ sex faciunt. 8. Tum si bis ducantur medij quatuor faciunt rursus octonarium. qui cũ superioribus iuncti sedecim tetragonũ pandunt.

5			13			25		
	4			12			24	
1	2	4	4	6	9	9	12	16
	9			25			49	
	Tetragonus a tribus			tetragonus a quinqꝫ			tetragonus a septem	

8			18			32		
	8			18			23	
2	4	6	6	9	12	12	16	20
	16			36			64	
	Tetragonus a quatuor			tetragonus a sex			tetragonus ab octo	

Illud quoqꝫ non oportet minore admiratione suscipere: quod secũdũ proprias naturas: vbi altrinsecus duo tetragoni stant: ⁊ vnus parte altera longior in medio ponitur: tetragonus qui nascitur ille semper ab impari procreat. Nam ex superioribus vno et. 4. et bis multiplicato binario: factus est nouenarius tetragonus. qui scilicet a tribus procreatur. Ter eni tres. 9. faciunt. qui ternarius impar est numerus. Et sequẽs qui ex quatuor ⁊. 9. ⁊ bis multiplicato senario coniunctus est. 25. tetragonus: ⁊ ipse ex impari quinario nascitur cõtinenti post ternariũ. Quinquies eni quinqꝫ. 25. procedunt. et quinarius post ternariuꝫ impar est numerus. Et in sequenti quoqꝫ eadem ratio est. Nam qui ex. 9. et. 16. ⁊ bis ducto. 12. quadratus. 49. producitur: ille a septenario impari fit post quinariũ continenti. Septies enim. 7. 49. creant. At vero vbi duo altrinsecus parte altera longiores vnũ mediũ tetragonũ claudunt: omnes ex his qui fiunt tetragoni a paribus producunt. Nam qui ex duobus ⁊. 6. parte altera longioribus et quaternario bis multiplicato. 16. tetragonus factus est: ille a quaternario numero id est pari producitur. Quater eni. 4. 16. sunt. Et in sequenti quoqꝫ ordine vbi ex senario ⁊ duodecim ⁊ bis in suã summã ducto nouenario. 36. fiunt: ex continenti pari senario copulantur. Sex eniꝫ sexies. 36. restituunt. Nec minus in eandem rationem cadet ex. 12. et. 20. et bis. 16. factus. 64. tetragonus. Hic enim ex octonario cõtinenti post senarium nascitur. Octies enim octo 64. tetragonuꝫ iungunt. Et in alijs quoqꝫ secundũ eundẽ modũ si ideꝫ facias rationis ordo nõ discrepat.

Quod ex quadratis et parte altera longioribus omnis formaruꝫ ratio consistat. Cap. 34.



Illud vero quod ex his duob⁹ tota omniũ formarum videtur orta ꝓlatio: non minore consideratione notandum est. Nanqꝫ trianguli q cunctas alias formas sicut superius docuimus collecti producunt: his iunctis velut ex q busdam elementis oriuntur. Nãqꝫ ex vno primo tetragono et binario primo parte altera longiore ternarius triangulus copulatur. Et ex binario vel quaternario: id est ex secũdo tetragono: senarius triangulus procreatur. Ex quaternario quoqꝫ ⁊ senario: denarius triangulus nascitur. Et ad eundem ordinem cuncta triangulo℞ ratio constabit. Disponantur enim alternatim inter se tetragoni ⁊ parte altera longiores. qui vt melius pernotarentur: prius in duobus eos versibus disposuim⁹ post autem eosdem permiscuimus. ⁊ qui exinde trianguli nascerentur asscripsimus.

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49	64	81

parte altera longiores.

2	6	12	20	30	42	56	72	90

tetragoni ⁊ alt̃a ꝑte lõgiores alt̃nati

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42
	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78

Trianguli.

Quemadmoduꝫ quadrati ex parte altera longioribus vel parte altera longiores ex q̃dratis fiãt. Cap. 35.



Omnis vero tetragonus si ei proprium latus addatur: vel eodem rursus dematur: parte altera lõgior fit. Nãqꝫ .4. tetragono siquis duo iungat: vl' duo detrahat 6. addendo perficiet: et duo detrahendo. at vterqꝫ figuram continet parte altera longiorem quę scilicet magna est alteritat[is] vis. Omnis enĩ infinita ⁊ indeterminata potentia: ab ęq̃litat[e] natura: ⁊ a suis se finib⁹ ꝯtinẽti substãtia discedẽs: aut ĩ maius exuberat aut ĩ minora decrescit.

Qđ ꝑncipalit̃ eiusdẽ qdẽ sit substãtię vnitas: secũdo vo loco ĩpares numeri: tertio q̃drati. ⁊ qđ ꝑncipalit̃ dualitas alterius sit substantię: scđo vero loco pares numeri: tertio parte altera longiores. Cap. 36.



Constat igit̃ ꝑmo qdeꝫ loco vnitatẽ ꝓprię ĩmutabilisque substãtię eiusdẽqꝫ naturę: dualitateꝫ vo ꝑmã alteritatis mutatiõisqꝫ eẽ ꝑncipiũ. Scđo vo loco oẽs impares numeros ꝓpẽ vnitat[is] cognationẽ eiusdẽ atqꝫ ĩmutabil' substãtię eẽ participes: pares vo ob binarij numeri ꝯsortiũ alteritatib⁹ eẽ ꝑmixtos. Tetragonos quoqꝫ ad eũdẽ modũ ꝯsiderari manifestum est. Nam qđ

eoꝝ cōpositio ꝛ coniunctio ex impa
ribus fit: immutabili eos naturę ꝓ/
nunciabo coniunctos. Quod vero
parte altera longiores ex copulatio
ne parium ꝓcreantur: nunq̄ ab alte
ritatis varietate separant̄.

Alternatim positis quadratis ꝛ par
te altera longioribus quis sit eoꝝ ꝯsē
sus in differentia et in proportione.
Capitulū .37.

Illud igit̄ perspi/
ciendū est: qd̄ si
idem tetragoni ꝛ
parte altera lon/
giores disponan
tur: ita vt alterna
tim sibi permixti
sint: tanta in his
est coniunctio vt alias sibi in eisdem
proportionibus cōmunicent: discre
pent autem differentijs. Alias vero
differentijs pares sint: proportioni/
bus distent. Disponant̄ eniȝ in ordi
nē idem illi superiores tetragoni: et
parte altera longiores ab vno.

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30

Ergo in superiore formula hoc
maxime intuendū est. Nanq;
inter vnū qui est tetragon⁹: et .2. du/
pla ꝓportio est: inter .2. et .4. dupla.
Hic ergo tetragonus cū parte alte/
ra longiore: atq; hic cū sequēte tetra
gono: eadē ꝓportiōe iungunt̄: diffe/
rentijs vo nō isdē. Nāq; duoꝝ atq;
vni⁹ sola vnitas differētia ē: sȝ idem
duo a q̄ternario solo binario relin/
quunt̄. Rursus si .2. ad .4. speculeris
dupla est ꝓportio. si quatuor ad sex
habitudinē sesqualterā recognosces
Hic ergo in ꝓportionibus discrepāt
in differentijs pares sunt. Nāq; ꝛ q̄
tuor a duobus ꝛ .6. a quatuor eodē
binario distant. In sequētibus etiā
eodem modo sicut in primis fuit: ra
tio constat. Nam eadem proportio
est: differentijs nō eisdem. Nam .4.
ad .6. et sex ad nouē sesqualtera pro
portione iungunt̄. 6. autem quater
nariū duobus .9. vero senariū trib⁹
pretereunt. In sequentibus etiam
eadem ratio speculabitur. ꝛ semper
alternatim nunc quidem eędem ꝓ/
portiones: alię differentię sunt. nūc
aūt ordine permutato: hisdem diffe
rentijs alię proportiones. Semperq;
in quibus differunt: secūdū natura/
lis numeri ordines tetragoni ꝛ par/
te altera longiores sese superabunt:
tantum quod geminatis summulis
naturalis numeri fit progressio. Qd̄
mirum videri non debet. nos enim
ipsas sūmas tetragonorum et parte
altera longiorum geminam⁹ ad pri
mas secūdasq; ꝓportiones.

duplus — sesqualter — sesquitercius — sesquiquartus — sesquiquintus

1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36
1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	

Differentię.

Eodem quoq differentię mirabilem in modũ a toto p sequẽtes partes ⁊ p easdem vnitates quibus superi⁹ creuerũt progrediunt. Namq inter vnũ ⁊ duo tãtũ vnitas intercedit: quę vnitati cui ęqualis ẽ totũ est: binarij vo medietas. Eodẽ modo inter .2. et .4. tantũ duo sunt. qui binarij totum sunt: quaternarij medietas. Int quaternariũ vo ⁊ senariũ idem duo sunt: ad quaternariũ medietas: ad senariũ pars tercia. Tres vo qui sequunt q inter .6. et .9. constituti sunt medij: sunt quidem senarij dimidiũ: pars vero tercia nouenarij. Et rursus ternarius qui nouenarij tercia pars ẽ: duodenarij quarta est. ⁊ ad eundẽ modũ vsq in finẽ descriptionis geminat huiusmodi partib⁹ sicut ipsa quoq summarũ cõparatio geminata est: ęquas partiũ pgressiones aspicies

Probatio quadratos eiusdẽ eẽ naturę Cap. 38.



Llud aũt apertissimũ signũ est omnes tetragonos imparibus esse cognatos: quod in omni dispositione ab vno vel i duplicibus vel i triplicibus talis naturę ordo conserit ut nũquã nisi scdm imparẽ locum tetragonus inueniat. Disponam⁹ eni in ordinẽ numeros: primo quidem duplos: deinde triplos.

1	2	4	8	16	32	64	128	256
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561

Si igit in vtrisq versib⁹ primos aspicias: singulos quos inuenis quoniã tetragoni sunt: in impare loco sunt constituti: quoniã primi sunt. Si vero terciũ locũ respexeris 4. et. 9. notabis: quoꝝ hic a duobus pficiscit ⁊ illum ternarius creat. qui sunt loco impari constituti. Quintũ deinde si videas locũ. 16. et. 81. respicies. sed vnus a quaternario nascit: alterũ nouenarius creat. Et si nonũ locum rursus aspicias: tetragonos pernotabis. 256. 6561. quorum superior fit a. 16. inferior vero ab. 81. Idem si in infinitũ facere libeat indiscrepant incurrit.

Cubos eiusdem participare substantię quod ab imparibus nascantur. Cap. 39.



Psi vo cubi q quãquã tribus interuallis sublati sint: tamẽ propter ęqualẽ multiplicationẽ participant imutabili substantię: eiusdemque naturę sunt socij: non alioꝝ quam impariũ coaceruatione producuntur nunquã vero pariũ. Nam si omnes ab vnitate impares disponant: iuncti figuras cubicas explicabũt.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

In his igit qui primus est potestate ⁊ virtute: primũ cubum faciet. Iuncti vero duo qui sequunt ternarius scilicet ⁊ quinarius: scdm efficiũt cubum: qui est octonarius. Iuncti autem .3. qui sequunt: septe

narius nouenariusque ⁊ . 11 . cubuz faciunt: qui . 27 . numero continetur qui est tercius. Et sequentes quatuor quartuz. ⁊ qui sequunt̄ . 5 . quintum. ⁊ ad eundem modum quotus quisque cubus efficitur: tot coniunctione impares apponunt̄. Hoc autem diligentius subiecta descriptio docet.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	8		27			64			
primus ab vno	secūdus a bis duob⁹ bis		tercius a ter tribus ter			quartus a quater quatuor quater			

De ꝓportionalitatib⁹ Cap. 40.



T de his quidez sufficiēter dictuz est. nunc res admonet quędam de proportionibus disputantes que nobis vl' ad musicas speculationes: vel ad astronomicas subtilitates: vel ad geometricę considerationis vim: vel etiā ad veterū lectionum intelligentiā prodesse possint: arithmetica introductiōe cōmodissime terminare. Est igit̄ proportionalitas duarum vel triū vel quotlibet proportionū assumptio ad vnū atque collectio. Ut autem cōmuniter definiamus: proportionalitas ē duarum vel plurium proportionuz similis habitudo: etiaz si non eisdez quantitatibus ⁊ differentijs constitutę sint. Differētia vō est inter numeros quātitas. Proportio est duorum terminorum ad se inuicē quędaz habitudo ⁊ quasi quodammodo continentia. Quorum compositio quod efficit proportionale est. Ex iunctis enim proportionibus ꝓportionalitas fit. In tribus autem terminis minima proportionalitas inuenit̄. Fit etiam in pluribus sed longior. vt binarius ad vnum quoniam duo sunt termini: duplam obtinet proportionē. Sin vero quatuor contra . 2 . compares: ⁊ hic quoqꝫ dupla proportio est. quos tres terminos si continue consideres: ex duabus proportionibus fit proportionalitas. Et est ꝓportionalitas: vnuz ad duo: ⁊ duo ad quatuor. Est eniz ꝓportionalitas ut dictū est collectio proportionū in vnuz que redactio. Fit etiam ⁊ in longioribus. Nam si quatuor illis octo velis adiungere: ⁊ his . 16 . et his . 32 . et deinceps duplos qui sequunt̄: fit in omnibus dupla proportionalitas ex proportionibus duplis: Igit̄ quotiens vnus atque idez terminus ita duobus circum se terminis cōmunicat: ut ad vnū dux sit ad alium comes: hęc ꝓportionalitas continua vocatur: vt vnus duo quatuor. Est enim ęqualitas in his proportionis. ⁊ quē admodū sunt . 4 . ad . 2 . sic sunt duo ad vnum. Et rursus quemadmodum vnus ad duo: sic duo ad quatuor. Et scd̄m quantitatem quoque numeri eodem modo est. Quantū enī tres superant binariū: tantum binarius vnitatez. ⁊ quantū vnus a duobus minor est: tantum binarius a

ternario superatur. Sin vero alius ad vnum refertur terminus: alius vero ad alium: necesse est habitudinem disiunctaȝ vocari. Ut ad ęqualitatem quidem proportionis sunt. 1.2.4.8. Sic enim sunt quemadmodum duo ad vnum: sic octo ad quatuor. ꝛ conuersim quemadmodum vnus ad duo: sic quatuor ad octo. Et permutatiȝ quemadmodū quatuor ad vnum sic octo ad binarium. Scdm quantitatē vero numeri: ut sunt. 1.2.3.4. quantum enim vnus a duobus vincit: tantū ternarius a quaternario superat. Et quantum duo vnum vincunt: tanto ternariuȝ quaternarius transit. Permixtim etiaȝ quanto vnus tribus minor est tāto binarius quaternario. vel quāto ternarius vnitatē superat: tanto binarium transgredit quaternari⁹.

Quę apud antiquos proportionalitas fuerit: quas posteri addiderint. Cap. 41.



Onfessę quidē ꝛ apud antiquiores notę: quęque ad pythagorę vł platōis vł aristotelis scientiā puenerūt: hę tres medietates sunt. arithmetica: geometrica: armonica. Post quas pportionuȝ habitudines tres alię sunt quę sine nomine quideȝ feruut. Uocantur autē quarta: quinta: vel sexta. q̄ superius dictis oppositę sunt. At vero posteri propter denarij numeri pfectionē quod erat pythagorę complacitus: medietates alias quatuor addiderunt: ut in his proportionalitatibus denarię quantitatis corpus efficerent. Scdm quem numerum ꝛ priores quinqꝫ habitudines comparationesqꝫ descriptę sunt. vbi quinque maioribus proportionib⁹ quos vocauimus duces: minores aptauim⁹ alios terminos quos comites diximus. Inde etiam in arestotelica atqꝫ archythę prius. 10. pdicamentoꝝ descriptione: pythagoricum denarium manifestū est inueniri. Quandoquidem ꝛ plato studiosissimus pythagorę scdm eaȝ disputationē diuidit. ꝛ archytas pytagoricus ante aristotilē lȝ quibusdaȝ sit ambiguū decem hec predicamēta constituit. Inde etiam. 10. membroꝝ particulę. inde alia permulta quę oīa psequi non est necesse.

Quod primum de ea quę vocat arithmetica proportionalitate dicēdum est. Cap. 42.



Unc vo de proportionalitatibus deque medietatib⁹ dicendū ē. Et primū qdē de ea medietate tractabim⁹: quę scdm quātitatē equalitatē neglecta pportiōis parilitate ꝯstitutoꝝ termioꝝ habitudines seruat. In his aūt quātitatib⁹ medietas ista versat: inqꝫ his speculāda ē:

in quib⁹ a seipsis termini differunt. Quid aūt esset differētia terminorū superius diffinitū est. Hanc aūt esse arithmeticā medietatē numerorū ipsa rō declarabit: quoniā eius proportio in numeri quantitate ꝯsistit. Que igit cā est huiusmodi terminorū habitudinē id est arithmeticam cunctis alijs ꝓportionalitatib⁹ anteponere: primū quod hanc nobis in pricipio ipsa numerorum natura et vis naturalis quātitatis opponit. Hui⁹modi eni ꝓportiones queqꝫ ad terminorum differētias ptinēt: ut paulo post demōstrabit: i naturali primū numeri dispositiōe cognoscim⁹. Deinde quod supiore libro disputantibus nobis apparuit arithmeticam vim geometrica atqꝫ musica esse antiquiorē: et quod illata has simul inferret: sublata vero perimeret. Quare ordine disputatio ꝓgredieẗ: si ab a prius inchoandū sit medietate: que in numeri differētia nō in proportionis speculatione versat.

De arithmetica medietate eiusqꝫ proprietatibus. Cap. 43.

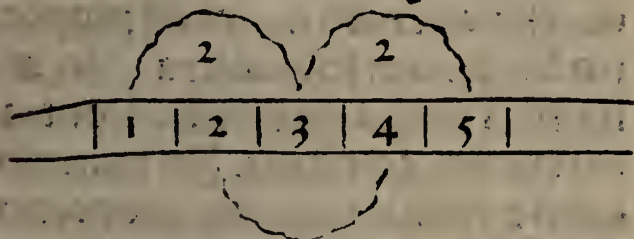


Rithmeticā medietatem vocamus: quotiens vel trib⁹ vl quotlibet termīs positi: equalis atqꝫ eadē differētia int oēs dispositos termīos inuenit. In qua neglecta ꝓportionis equalitate terminorū tantū differentiarūqꝫ speculatio custodit. vt. 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.

In hac eni naturalis numeri dispositione: si quis cōtinuatis differentias terminorum curet aspicere: scdm arithmeticam medietatem equa terminorum inter se discrepantia est. Equales eniz sunt differentie: sed eadem proportio atque habitudo non est. Si igitur in trib⁹ terminis consideratio fit: cōtinua proportionalitas dicitur. Sin vero hic alius dux et alius comes: illic vero vtriqꝫ sint alij: vocabit disiuncta medietas. Si igit in tribus tantum terminis scdm cōtinuā medietatem cōspexeris: vel in quatuor: vel in quotlibet alijs scdm disiunctam: easdem semper differentias terminorum videbis: tantuz solis proportionibus permutatis. Id si in vno quis nouerit reliqua eū ratio non latebit. Sit continua medietas. 1.2.3. Hic vn⁹ a duobus et .2. a tribus solis tantuz singulis distant. et sunt eedem differentie proportiones vero alie. Nāque duo ad vnū duplus est. tres ad duo sesqualter. et in ceteris idem videbis. Sin autem permiscens et aliquos preteriens eligas: et in his aliquam speculationem ponas: idem poterit euenire. Nam si equales terminos intermittas: et sese in priore dispositione pretereant. si singulos intermittas: solius binarij notabit differentia. sin vero duo intereas: ternarij. si tres: quaternarij. et ad eundem moduz vno plus quam intermiseris: erit illa quam querimus differentia terminorum. Namque

si in trib⁹ terminis singuli relinquã-tur: binarius semper intererit.

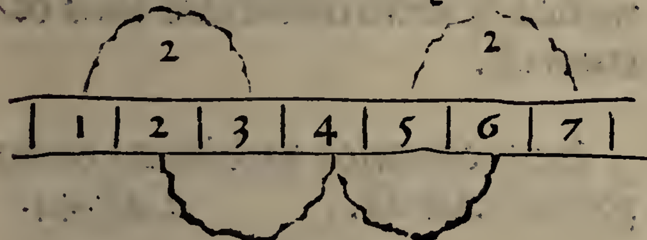
Differentię



intermissi

Vides ne ut cũ superius in naturalis numeri dispositione se termini singulis preterirent: pretermissis duobus ⁊ 4· vnus ad tres: et 3· ad quinariũ cõparati: binariũ solum in differentia retinuerint. Nec nõ etiã in disiuncta eadem versabit̃ obseruatio.

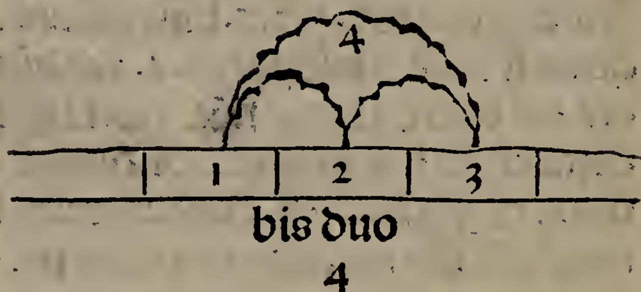
Differentię



intermissi

Talibus igit̃ vestigijs insistentẽ nullus ab eadem similitudine error abducet. Nãq3 si duos intermittas: ternarius differentiã continebit. si tres: quaternarius. si quatuor quinarius: ęque in cõtinuis ꝓportionibus atq3 disiunctis. Qualitas aũt proportionis eadẽ non erit quãuis sint ęquis termini differentijs distributi. Quod si cõuersim ponant̃: ut nõ eisdẽ differentijs eadẽ qualitas proportionis eueniat: geometrica talis ꝓportionalitas nõ arithmetica nominat̃. Est aũt propriũ huius medietatis quod si in tribus terminis speculatio fit: cõpositis extremitatibus illa summa quę inter extremitates est: nõ loco tantũ: verũ etiã fit quãtitate medietas. Ut si ponant̃ 1.2.3. vn⁹ ⁊ tres quatuor reddunt. Duo vero qui medius inter vtrosq3 est: quaternarij medietas inuenit̃. Quod si bis medietatẽ ducas ęquus erit extremitatibus. Bis eniз duo quatuor creant. Sin vo disiuncta sit: quod fit ex vtrisq3 extremitatibus compositis: hoc ex duab⁹ medietatibus reddit̃. Si enim sunt. 1. 2. 3. 4. vnus ⁊ quatuor quinariũ creant: duo ⁊ tres medij in eundẽ rursus quinariũ surgunt.

continua



bis duo
4

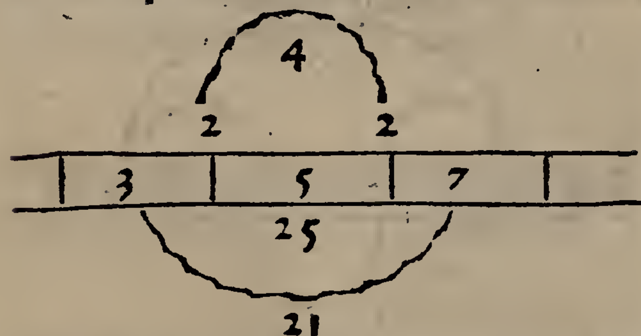
discontinua



5

Est illi hoc quoq3 solida ꝑpetate coniunctũ: quod queadmodũ sunt omnes termini huiusmodi dispositionis ad seipsos: ita sunt differentię ad differẽtias cõstitutę. Nãq3 omnis terminus sibiipsi ęqualis est ⁊ differentię differentijs sunt ęquales. Illud quoq3 subtili⁹ quod multi hu⁹ disciplinę periti nisi nicoma-

chus nunq̃ antea perspexerunt: qd̃ in omni dispositione vel cõtinua vł disiuncta: quod cõtinet sub duabus extremitatibus minus est eo numero qui ex medietate cõficit tantum quantũ possunt due sub se differentie cõtinere que inter ipsos sunt terminos constitute. Ponamus enim tres terminos huiusmodi. 3. 5. 7. Si igit tres septies augeant: in. 21. numerũ cadũt. Quod si mediũ terminũ id est. 5. in semetipsũ multiplicaueris: quinquies quinq faciunt. 25 Et hic numerus ab eo quẽ extremitates colligunt quaternario maior est: quẽ scilicet differentie cõficiunt Inter tres eni 3. 5. 7. bini insunt. quos si i sese multiplices. 4. reddũt bis eni duo quatuor fiũt. Recte igit dictũ est: in hac huiusmodi dispositione qd̃ cõtinet sub extremitatibus min⁹ esse illo numero qui fit ex medietate tantũ quantũ differentie in se multiplicate restituunt.

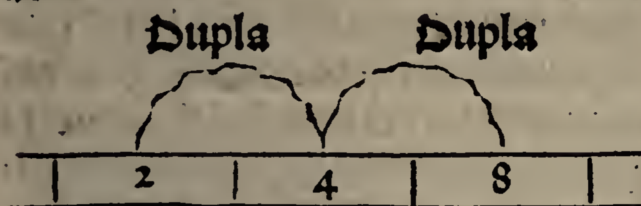


Quartum vero propriũ huius modi dispositionis notat: qd̃ antiquiores quoq habuere notissimũ: quod in hac proportionalitate vel medietate in minoribus terminis maiores proportiones: in maioribus minores comparationes necesse est inueniri. Namq in dispositione hac. 1. 2. 3. minores sunt termini. 1. et. 2. maiores. 2. et. 3. et. 2. ad vnum duplus est. 3. vero ad duos sesqualter: sed maior est proportio dupli quaz sesqualtera. In armonica autem medietate econtrario euenire contingit. In minorib⁹ enim terminis minores proportiones: in maioribus maior proportionis quantitas custodit. Harũ vero medietatũ id est arithmetice atque armonice: geometrica proportionalitas media esse notata est. que vel in maioribus vel in minoribus terminis equas numerorum qualitates i pportionalitate custodit. Inter maius vero & minus: equalitas loco ponit medietatis. Et de arithmetica quidem medietate satis dictum est.

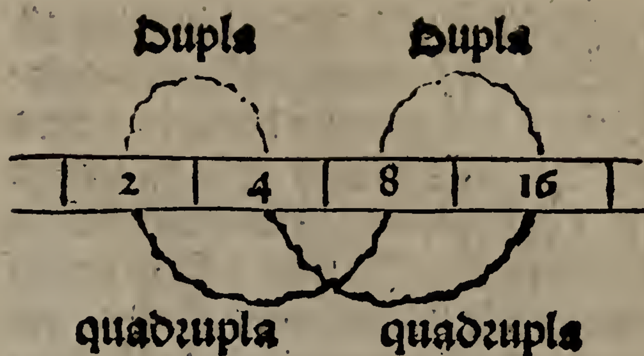
De geometrica medietate eiusq proprietatibus. Cap. 44.


Unc vero que hãc sequit geometrica medietas expediatur que sola vł maxime proportionalitas appellari põt: ppterea quod i ea eisdẽ proportionib⁹ terminoꝝ vel in maioribus vel in minorib⁹ speculatio ponit. Hic enim equa semper pportio custodit: numeri quantitas multitudoq negligit contrarie quaz in

arithmetica medietate. vt sunt. 1.2. 4.8: 16.32.64. Uel in tripla proportione. 1.3.9.27.81. Uel si quadrupla vel si quincupla vel si in quamlibet multiplicitatem numerorum sit constituta distensio. In his enim quotlibet terminos sumpseris: explebunt geometricā medietatem. quēadmodū enim prior ad sequentem ita sequens ad alium. Et rursus: si permixte facias idem erit. Si enim ponant tres termini. 2.4. et. 8. quēadmodū sunt. 8. ad. 4. ita. 4. ad. 2. Atque hoc si conuertas: quemadmodum sunt. 2. ad. 4. ita erunt. 4. ad. 8.



Uel si in quatuor terminis vt sunt. 2. et. 4. 8. et. 16. quemadmodum est primus ad tercium: id est. 2. ad. 8. sic erit secūdus ad quartum: id est. 4. ad. 16. Utraqꝫ enim ꝓportio quadrupla est. Et cōuersim quemadmodū quartus est ad secūdum: ita tercius notatur ad primuꝫ. Hoc vero etiam disiunctę licet. Nā quemadmodū est primus ad secundum: id est. 2. ad quatuor: sic tercius ad quartū: id ē. 8. ad. 16. ⁊ conuersim quemadmodum secundus ad primum: id est. 4. ad duos: ita quartus ad tercium: id est. 16. ad. 8. idqꝫ in omnibus rata consideratione ꝑspicies.



Habet autem proprium huiusmodi medietas quod in omni dispositione scd̄m hanc proportionalitatem terminorum differentię in eadem proportione contra se sūt qua fuerint ipsi termini quorū sunt ipsę differentię. Siue enim dupli cōtra se sint termini: duplę erunt etiaꝫ differētię. siue tripli: triplę. siue scd̄m quamlibet multiplicitatem: eadem in differētijs multiplicitas erit: quā prima consideratio inuenit in terminis. ut subiecta descriptio monet

Differentię duplę

1	2	4	8	16	32	64	128	
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli

Nulli igitur dubium esse potest qđ cuꝫ oēs termini dupli sint: ita differentię quoqꝫ eoꝝ terminoꝝ duplę esse videantur: ut vno minus termino in differentijs: omnes pene dispositos subter terminos quorū sunt ipsę differētię: superior ordo reddiderit. Est etiā aliud proprium quod omnis ad minorē maior terminus cōparatus: ipsum minorē re

tinet differentiã. Nãq binarius ad vnitatẽ: ipsa vnitate differt. ⁊ quaternariꝰ binario: ipo binario. ⁊ octonarius quaternario: ipso quaternario. ⁊ deinceps maiores alij: ipis minoribus ab eisdẽ ipsis differũt quos numerositate pretereũt. Et hoc quidem in duplici ꝓportione cadit. Sin vero sint triplices proportiones: maior terminus a minore termino duplicato minore termino differt. Ut si sint. 1. 3. 9. tres ab vno: binario differũt: in quẽ vnitas idest minor terminus duplicatus exundat. ⁊. 9. a tribus senario differũt: quem ternarius duplicatus educit. Et in alijs cũctis eiusmodi ratio reperiet. Sin vo quadruplices sint: triplicato minore termino maior terminus a minore distabit. Et si quinquupli: quadruplicato. et si sexcupli: quinquuplicato. ⁊ vna minus multiplicatione quaꝫ est ipsa minoꝝ ad maiores cõparatio terminoꝝ: minorẽ numerus maior exsuperat.

Differentię duplę

1	2	4	8	16	32	64	128	
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli

Differentię triplę

2	6	18	54	162	486	1458		
1	3	9	27	81	243	729	2187	

Termini tripli

Differentię quadruplę

3	12	48	192	768	3072	12288	
1	4	16	64	256	1024	4096	16384

Termini quadrupli

Hec aũt ꝓportionalitas ⁊ i alijs omnibus vel supparticularibꝰ vel suppartientibus inueniť: huiusmodi proprietate in omnibus conseruata: ut in cõtinua proportione: quod fit sub extremitatibus si tres fuerit termini: hoc a medietate multiplicata cõsurgat. Si eniꝫ sint. 2. 4. 8. quod fit ex bis. 8. idem fit ex quater. 4. Uel si sit in quatuor terminis disiuncta ꝓportio: qđ fit sub vtrisq extremitatibus id duarũ medietatũ multiplicatione concrescat. Ut si sint. 2. 4. 8. 16. quod fit ex bis. 16. id ex quater. 8. reddatur. Exemplar aũt nobis maximuꝫ certissimũq sit illud: vbi ex ęqualitate diximꝰ oẽs inęqualitatis species fũdi. Illic enĩ in omnibus vel multiplicibus uel superpartientibus vel supparticularibus vel in cęteris cõiunctis geometrica ꝓportionalitas custodiť: has omnes proprietates quas supradiximus continẽs. Quarta vero est ꝓprietas huiusce medietatꝭ: quod uł in maioribus uel minoribus terminis ęquales semꝑ proportiones sũt Namq si ponanť. 2. 4. 8. 16. 32. 64. inter hos omnes dupla ꝓportio est Apparet etiã hęc proportionalitas in binis ꝓportionibus ab vnitate alternatim parte altera longioribus quadratisq dispositis a prima multiplicitatꝭ habitudine id est a duplici ꝑ cũctas supparticularis habitudines proportionesque discurrens. quod subiecta descriptione signatum est.

Tetragonus	1	
parte al.lon.	2	dupla
Tetragonus	4	dupla
parte al.lon.	6	sesqualte:a
Tetragonus	9	sesqualtera
parte al.lon.	12	sesquitercia
Tetragonus	16	sesquitercia
parte al.lon.	20	sesquiquarta
Tetragonus	25	sesquiquarta
parte al.lon.	30	sesquiquinta
Tetragonus	36	sesquiquinta
parte al.lon.	42	sesquisexta
Tetragonus	49	sesquisexta

Que medietates quibus rerum publicarũ statib⁹ cõparent. Ca.45.



Tq3 ideo arithmetica quidem ei rei pulicę cõparat̃ q̃ paucis regit̃: idcirco quod in minoribus eius terminis maior proportio sit. Musicam vero medietatem optimatũ dicũt esse rempublicam: ideo quod in maioribus terminis maior proportionalitas inuenitur. Geometrica medietas popular(. qd ammodo τ ex ęqualitate ciuitatis ẽ Nãq3 vel in maioribus vel in minoribus ęquali omniũ proportionalitate componit̃:τ est inter omnes paritas quędam medietatis ęquũ ius in ꝓportionibus cõseruantis.

Quod superficies vna tantũ in proportionalitatibus medietate iungã tur: solidi vo numeri duab⁹ medietatib⁹ in medio collocant̃. Cap.46.



Ost hec igit̃ tempus ẽ:ut expediamus nunc quiddam nimis vtile in platonica quadam disputatione: que in timei cosmopeia haud facili cuiquã vel penetrabili ratione versat̃. Oẽs enĩ planę figurę q̃ nulla altitudine crescunt vna tantũ medietate geometrica cõtinuant̃: alia que iungat nõ põt inueniri. vnde duo tantũ in his interualla sunt constituta: a primo scilicet ad mediũ: τ a medio ad terciũ. Si vero fuerint cubi: duas tantu3 habebunt medietates vbi tercia inueniri nõ poterit: scdm geometricam scilicet proportionẽ. vnde formę solidę tria interualla dicunt̃ habere. Est enim vnũ interuallũ a primo ad secundũ: τ a secunao ad terciũ: τ a tercio ad quartu3: quę est scilicet postrema distantia. Rectę igit̃ τ planę figurę duob⁹ interuallis: τ solidę tribus cõtineri dicunt̃. Sint enim duo tetragoni. 4. scilicet et. 9. hoꝝ igitur vnus tantum medius in eadem proportione constitui potest Nanque senarius ad. 4. sesqualter est: τ. 9. ad senarium eodem modo sesqualter. Hoc autẽ idcirco euenit quod singula latera singulorum tetragonorum efficiunt senariam medietatem. Nanque quaternarij te-
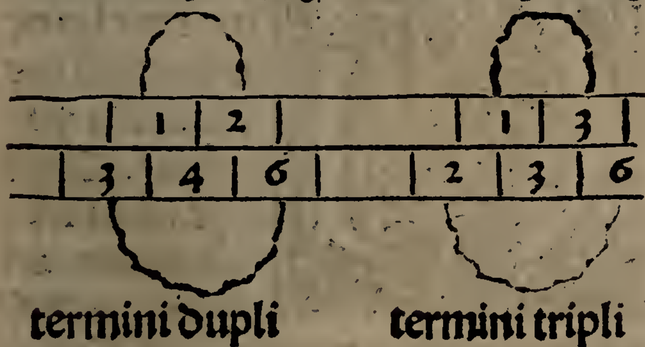
tragoni latus binarius est: nouena rij ternarius. hi ergo multiplicati senarium perfecerunt. Bis enim tres senarius est. Et quotienscunq; datis duobus tetragonis eorum medietatem volumus inuenire: latera eorum multiplicanda sunt: et qui ex his pcreabunt medietas est. Si autem cubi sint vt. 8. et. 27. due tantum inter hos eadem proportione medietates constitui queunt. 12. scilicet et. 18 nanq;. 12. ad. 8. et. 18. ad. 27. sesqualtera tantum proportione iungnnt. In his quoq; eadem laterum ratio est. Nanque ex vno cubo qui propinquior est: vna medietas duo latera colligit. ex alternatim vero posito vnum. In alia quoq; medietate idem est. Ponant enim duo cubi et in medio eorum due medietates quas superius diximus. 8. duodecim 18. 27. octonarij igitur latus est binarius: bis enim bini bis octonarium fecerunt. Ternarius vero. 27. cubi latus est. Ter enim tres ter. 27. restituunt. Medietas igitur que iuxta octonarium est: id est. 12. mutuatur duo latera ex propinquo sibi octonario et aliud vnum latus ex altrinsecus posito. 27. cubo. Bis enim bini ter. 12. pandunt. Et. 18. eadem ratione duo latera a ppinquo sibi. 27. cubo colligit: et vnum ab altrinsecus posito octonario. Tres enim ter bis. 18. concludunt. Hoc autem vniuersaliter speculandum est: si tetragonus tetragonum multiplicet: sine dubio tetragonus prouenit. Sin vero parte altera longior tetragonum multiplicet vel tetragonus parte altera longiorem: nunquam tetragonus: sed semper ante longior crescit. Rursus si cubus cubum multiplicauerit: cubi forma conficitur. Si vero parte altera longior cubum: vel cubus parte altera longiorem: nunquam cubus procreabitur. hoc scilicet secundum similitudinem paris atq; imparis. Par enim parem si multiplicet: semper par nascitur. et impar imparem si multiplicet: impar continuo procreatur. Si vero impar parem: vel si par imparem multiplicet: par semper exoritur. Hoc autem facilius cognoscitur ex lectione platonis in libris de republica: eo loco qui nuptialis dicitur: quem ex persona musarum philosophus introducit. Sed nunc ad terciam medietatem redeundum est.

De armonica medietate eiusque proprietatibus. Cap. 47.



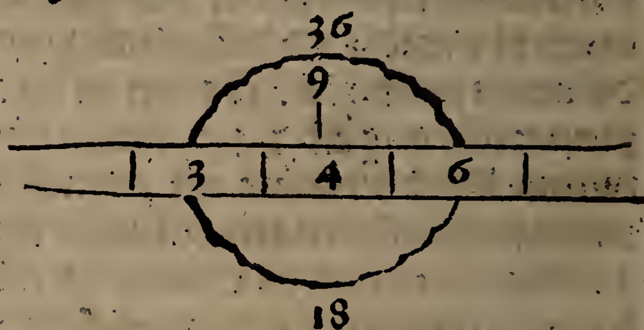
Armonica autem medietas est: que neq; eisdem differentijs nec equis proportionibus constituitur: sed illa in qua quemadmodum maximus terminus ad paruissimum terminum ponitur: sic differentia maximi et medij contra differentiam medij atque paruissimi comparatur. Ut si sint. 3. 4. 6. vel si. 2. 3. 6. Sena

rius enim quaternarium sua tercia parte superat: id est duobus. quaternarius vero ternarium sua quarta parte superuenit: id est vno. Et senarius ternarium sua medietate id est tribus. ternarius vero binariuꝫ sua parte tercia id est vnitate transcendit. Quare in his neqꝫ eadem proportio terminorum est: neque sunt eędem differentię. est autem quemadmodum maximus terminus ad paruissimū terminū: sic differentia maximi ꝛ medij ad differentiaꝫ medij atque postremi. Namqꝫ in hac proportiōe quę est. 3. 4. 6. maior terminus id est senarius ad paruissimum terminū ternariuꝫ duplus est ꝛ differentia maximi ꝛ medij id est senarij ꝛ quaternarij duo scilicet: ad differentiā medij ꝛ vltimi id est quaternarij atqꝫ ternarij quę est vnitas dupla perspicitur. Sed hoc quoqꝫ subiecta descriptione monstrat̄.



Habet autem proprietateꝫ quē admodum dictum est contrariam arithmeticę medietati: In illa enim in minoribus terminis maior erat proportio: in maioribus minor in hac vero in maioribus quidem terminis maior est proportio: in minoribus vero minor. Nanque in hac dispositione. 3. 4. 6. tres ad quatuor comparati sesquiterciam habitudinem: sex vero ad quatuor sesqualterā reddunt: sed maior est proportio sesqualtera a sesquitercia tātum quantum̄ pars tercia medietate transcendit. Juste igitur medietas quędam geometrica proprieqꝫ esse proportionalitas iudicatur. scilicet inter eam vbi in maioribus terminis minor est proportio ꝛ mīnori bus maior: ꝛ inter eam vbi in maioribus maior est in minorib⁹ minor. Jlla est enim vere proportionalitas quę medietatis quodammodo locum obtinens: ꝛ in maioribus ꝛ in minoribus: ęqualibus proportionū comparationibus continetur. Hoc quoque signum est duarum extremitatum mediam esse quodammodo geometricā proportionē. Nāqꝫ in arithmetica proprotione medius terminus eadem sua parte ꝛ minorem precedit ꝛ a maiore preceditur ſꝫ alia pte minorē: alia vō pte maiorē. Sit enim arithmetica dispositio. 2. 3. 4. Ternarius igitur numerus binarium tertia sua parte pręcedit id est vno: ꝛ a quaternario tercia sua parte pręceditur id est vno. At vero ternari⁹ nō eadē parte minoris minorē vincit: vel maioris a maiore superat̄. Nāque minorē id est binariū vno superat: id est ipsius medietate binarij. a quaternario vero vno relinquit̄: quę pars q̄ternarij quarta

est. Recte igitur dictum est mediuz terminuz in huiusmodi medietate: eadem sui parte & minorem vincere & a maiore superari: sed non eisdem partibus vel minoris minorem trãsgredi: vel maioris a maiore transcẽdi. Contrarie armonica medietas ꝓportiones habet. Nãqꝫ non eadẽ parte sua medius terminus in hac proportione vel minorẽ vincit: vel a maiore superatur. sed eadez parte minoris minorem superat: qua parte maioris a maiore superatur. In hac eniz dispositione armonica que est 2.3.6. ternarius binariuz tercia sui parte vincit: idem ternarius a senario tota sui quãtitate superatur: id est tribus. Idemqꝫ ipse ternarius medietate minoris vincit minorem: id est vno. & medietate maioris a maiore termino vincitur: id est tribus. Senarij enim medietas ternarius est. In geometrica vero medietate neqꝫ eisdem suis partibus medius vel vincit minorez vel a maiore vincitur. neque eadem parte vel minoris minorem superat: vel maioris a maiore relinquitur. sed qua parte sua medius terminus minorez superat: eadẽ parte sua maior terminus medium vincit. Quod est ut medietas atque extremitas ęqualibus medietatem & extremitatez reliquam suis partibus superuadant. In hac eniz dispositione quę est 4.6.9. tercia sui parte medius senarius quaternariuz superat: id est duobus. & tercia sui parte rursus nouenarius senariuz vincit: id est tribus. Habet autem aliaz proprietatem armonica medietas. vt cum duas extremitates in vnum redactas medietas multiplicauerit dupla quantitas colligitur quam si se multiplicẽt duę extremitates. Sint enim hi termini. 3.4.6. Si igitur ternariũ & senariũ iungas nouenariuz facies. qui per quaternariũ ductus 36. efficit. quod si se ipsę extremitates multiplicent: & fiant tres sexies 18. conficiunt: quod est prioris summę dimidium.



Quare dicta sit armonica medietas ea quę digesta est. Cap. 48.

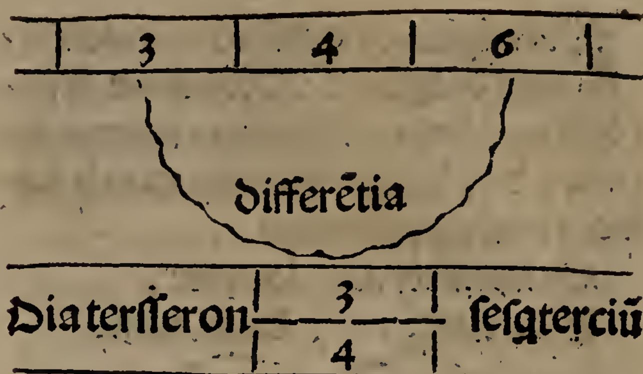


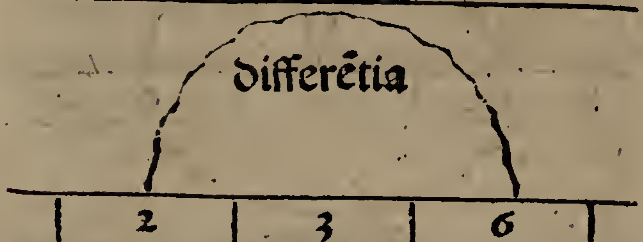
Onsiderãd uz forsitã videatur: cur hanc armonicã medietatem vocemus. Cuius hęc ratio est. quoniam arithmetica dispositio ęquas tantum per differentias diuidit quantitates. geometrica vero terminos ęqua proportione cõiungit. At vero armonica ad aliquid quodammodo relata consideratione: neqꝫ solum in terminis speculationez proportionis habet:

neque solum in differentijs: sed in vtrisq3 cõmuniter. Querit enim ut quemadmoduz sunt ad se extremi termini: sic maioris ad mediũ differentia: contra differentiam medietatis ad vltimũ. Ad aliquid autem considerationem armonię proprie esse in primi libri rerum omnium diuisione monstrauimus. Ipsarum quoq3 musicarum consonantiaruz quas symphonias nominãt proportiones: in hac pene sola medietate frequenter inuenias. Nanque symphonia diatesseron: quę princeps ẽ & quodammodo vim obtinens elementi: constituiť scilicet in epitrita ꝑportione: ut est quaternarius ad ternarium: in eiusmodi armonicis medietatibus inueniť. Sint enim eiusmodi armonicę medietatis termini quoruz extimi dupli sint: & rursus alia huiusmodi dispositio quorũ extimi tripli.

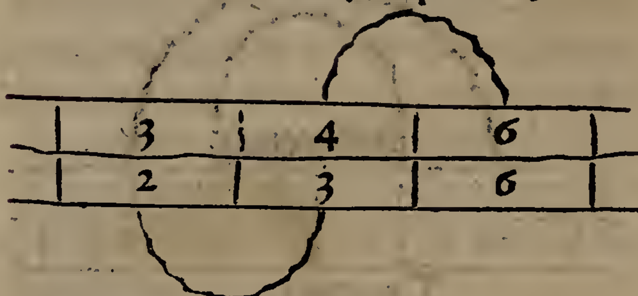
3	4	6		2	3	6

Senarius igitur ad ternarium duplus est. idez aũt in alia dispositione senarius ad binarium triplus. Horum igiť si differentias colligamus & ad se inuicem comparemus: epitrita proportio colligitur: vnde diatesseron symphonia resonabit. Inter tres enim & .6. ternarius est: & inter binariũ & senarium quaternarius. qui sibimet cõparati sesquiterciam efficient proportionem.





In eadẽ quoq3 medietate & diapente symphonia componitur: quã sesqualtera habitudo restituit. Nam in vtrisque dispositionibus his quę subiectę sunt: in duplici senariũs ad quaternariũ sesqualter est: in triplici ternarius ad binariũ: ex quibus vtrisque diapente symphonia coniungitur.



Post hanc autem diapason cõsonantia quę fit ex duplici. ut est subiecta formula.



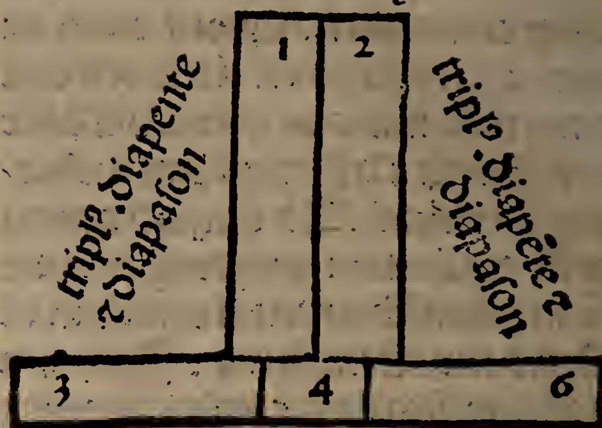
In triplici quoq dispositione simul diapente & diapason symphonia cõponit: seruans sesqualteram & duplicem rationez. quod subiecta descriptio docet.



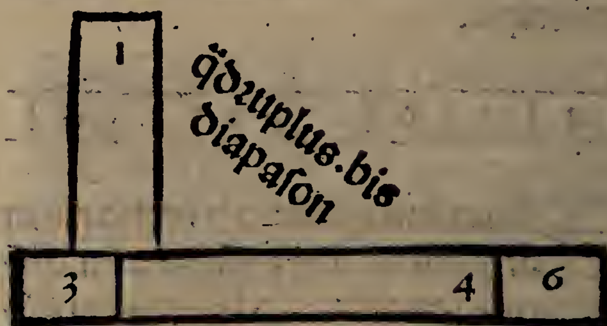
Et quoniam triplus duas continet consonãtias diapente scilicet & diapason: in hui9 triplicis positione in differentijs eundez rursus triplum reperiemus scdm subter descriptum modum.



In dupla vero dispositione maior terminus ad medij termini contra se differentiam triplus est. & rursus minor termin9 ad medij cõtra minorez terminũ comparati differentiam triplus est.



Illa autez maxima symphonia quę vocat bis diapason: velut bis duplum: quoniaz diapason symphonia ex duplici proportione colligitur: huic se iũcturę armonicę medietatis interserit. Nam in duplici proportione medius terminus ad minoris suiq differentiaz quadruplus inuenit.



In triplicibus quoq extremitatibus maior differentia ad minorẽ differẽtiã quadrupla est: & bis diapason symphoniã emittit. Nãq in dispositione. 2. 3. 6. extremor differẽtia est: id est senarij & binarij. 4. minor vero differentia id est ternarij & binarij vn9. 4. aũt vno quadrupla maior est relatione: q̃ cõparatio bis diapason consonantiã tenet.

De geometrica armonia. Cap. 49.



Ocant autem quidaz armonicã huiusmodi medietatez idcirco quod semper hec proportionalitas geometrice armonie cognata est. armoniã aũt geometricã cubum dicunt. Ita enim ex longitudine in latitudinẽ distentus est z in altitudinis cumulũ creuit: ut ex equalibus proficiscens ad equalia perueniens: equaliter totus sibi conueniens creuerit. Hec autem medietas in omnibus cubis que est geometrica armonia perspicitur. Omnis enĩ cub⁹ habet latera. 12. angulos octo superficies sex. Hic autez ordo z dispositio armonica est. Disponantur eniz. 6. 8. 12. hic ergo queãdmoduz est maior terminus ad paruissimuz ita differentia maioris z medij ad paruissimam cõparatur. Perpensi nanque. 12. ad sex dupli sunt. differentia vero. 12. z octonarij quaternarius est. octonarij vero z senarij duo. dupla autem ratione distabũt duobus quatuor cõparati. Rursus octonari⁹ qui medietas est alia sua parte minorem precedit: z alia sua parte a maiore preceditur. eadem autem parte minoris minorem superat: qua parte maioris a maiore superatur. Rursus si extremitates in vnum redigantur z a medietate octonario multiplicentur: duplus erit ab eo numero quem sole extremitates multiplicate perfecerint. Omnes autem in hac dispositione symphonias musicas inuenimus. Diatesseron quidem est octo ad sex quoniaz proportio sesquitertia est. At diapente. 12. ad. 8. quoniam ea que sesqualtera comparatio dicitur in ea diapente consonantia reperit. Diapason vero que ex duplici nascitur ex. 12. ad sex compositione producitur. Diapason vero z diapente que triplicis optinent rationez: fit ab extremitatũ differentia ad differentiaz minorem. Nanque duodenarij z senarij sex differentia est. minor vero est differentia octonarij z senarij: id est. 2. qui senarius ad binariuz triplus est: z diapason simul z diapente consonantiã sonant. Illa vera maior consonantia que est bis diapason: que ex quadruplo fit in medij termini id est octonarij: et eius differentie comparatione perspicitur: que inter octonariuz senariumque reperitur. Quare proprie atque conuenienter huiusmodi proportionalitas armonica medietas appellatur.

Quemadmodum constitutis altrinsecus duobus terminis: arithmetica z geometrica armonica inter eos medietas alternet. atque de eorum generationibus.



Nos aũt prestare debem⁹ quatenus quemadmodũ dato calamo extremis foraminib⁹ manentibus musicis mos est: ut mediũ foramẽ permutantes: atq; aliud aperientes aliud digitis occludentes diuersos emittant sonos. Uel cũ duabus altrinsecus protẽsis cordis medij nerui sonum musicus vel astringendo tenuat uel remittendo grauat: ita quoq; datis duobus numeris nũc quidem arithmeticã: nũc vero geometricã: nũc aũt armonicã medietatem experiamur inserere. vt rectum propriũq; medietatis nomen sit: qđ manentibus extremitatib⁹ huc atq; illuc ferri permutariq; videat̃. Poterimus autem hanc in duobus altrinsecus positis terminis vel paribus vel imparib⁹ permutare: ita ut cum arithmeticã ponim⁹ medietatẽ differẽtiarũ tãtũ ratio ęquabilitasq; seruet̃. Cũ vero geometricã: rata se ꝓportionũ iunctura custodiat. Sin aũt armonica fiat differentiarũ cõparatio: ab terminoꝝ ꝓportione nõ discrepet. Et sint quidẽ primo pares positę quędã extremitates: int̃ quas has omnes medietates oporteat interneсtere. 10. et. 40. Prius igitur arithmetica medietas aptet̃. Inter hos ḡ si. 25. posuero: erit mihi arithmetica proportio differentiarum quantitate immutabiliter custodita. in huiusmodi scilicet dispositione. 10. 25. 40. Uides enim ut quindenę sese summulę quantitate transcendãt. Omnesq; ꝓprietates quas sup̃ dixim⁹ ĩ medietate arithmetica cõuenire: ab hac huiusmodi dispositione non reperies alienas. Nãque quẽadmodũ vnusquisq; eoꝝ terminus ad seipsũ est: quoniã sibi ęqualis est: ita sunt ad se inuicem differẽtię: qm̃ sibi sunt ęquales. ⁊ quanto maior terminus mediũ transit: tanto medius vincit minorẽ. Et extremitatũ aggregatio duplex ẽ medietate. ⁊ minoꝝ terminoꝝ proportio maior ẽ illa cõparatiõe quę int̃ maiores terminos cõtinet̃. Et tãto minor est numerus qui fit ex multiplicatis extremitatibus ab eo qui fit ex multiplicata medietate: quãtũ eorũ differentię multiplicate restituunt. Illud quoq; quod medietas eadẽ sui parte ⁊ a maiore vincitur ⁊ minorem ipsa superuenit. non eadem autem parte minoris minorem transit: vel maioris a maiore relinquitur. quę omnes scilicet proprietates non alterius nisi arithmeticę medietatis sunt. Quod si superius dicta meminerit lector: ita esse indubitanter intelliget. Rursus si inter eosdẽ 10. et. 40. viginti constituam: statim geometrica medietas cum suis proprietatibus cunctis exorit̃: arithmeca medietate pereunte. In hac eniꝫ dispositione. 10. 20. 40. quẽadmodũ est maior ad medium: sic medi⁹ ad extremũ. Et quod cõtinet̃ ab extremitatibus ęquum est ei quod a

multiplici medietate completur. Differentię quoq3 eo℞ in eadē sunt ꝓportione q̄ termini. Cremētū v̄o et īminutio ꝓportionū scd̄m terminos nulla est. sed maio℞ termino℞ ꝓportio a mino℞ termino℞ ꝓportiōe nō discrepat. Si v̄o armonicā medietatē ꝯiūgere velim. 16. mihi numerus inter extremitates vtrasq3 ponēdus est ut sit hoc modo. 10. 16. 40. Nūc igitͬ licet in huiusmodi dispositione oēs armonicas ꝓprietates agnoscere. qua enī maximus ad paruissimū termin⁹ ꝓportione ꝯiungitͬ: eadē ꝓportiōe differentię ad seinuicē cōparantͬ. Et quib⁹ partib⁹ maioris a maiore medius vincitͬ: eisdē partib⁹ minoris preterit minorē. Suis v̄o non eisdē vel a maiore vincitͬ: vel transit minorē. Et ī maiorib⁹ terminis maior est ꝓportio: ī minorib⁹ minor. Et si ī vnū extremitates redigantͬ: et medietatis quātitate ꝯcrescāt: duplus inde ꝯficitͬ numerus ab eo qui ex solis multiplicatis extremitatib⁹ ꝓcreatur. Atq3 hoc quidē in terminis paribus ꝯstitutū ē. At vero si impares ꝓponantͬ vt sunt. 5. et 45. aptatus medius. 25. arithmeticā ꝓportionē medietatēq3 ꝯstituit. Nam si sint. 5. 25. 45. eadē sese numero℞ quātitate termini trāsgredientͬ. ⁊ omnis superius dicta ꝓprietas arithmeticę medietatis in his terminis custoditͬ. Sed si 15. nūerū mediū ponā vt sint. 5. 15. 45. in geometricā medietatē termini relabuntur: ęqualibus terminorum ad se inuicem proportionibus custoditis. Nouē vero si inter vtrosque terminos ponā: vt sint. 5. 9. 45. fit armonica medietas. vt qua summa maximus numerus paruissimū pręcedit: eadem maior differentia minorem differentiam vincat. Qua vero disciplina huiusmodi medietates reperire possimus expediendū3 est. Datis duobus terminis: si arithmeticā medietatem cōstituere oportebit: vtraq3 est extremitas coniungenda. quodque ex ea copulatione colligitur diuidendū: isq3 numerus qui ex diuisione redactus est arithmeticam medietatem inter extremitates locatus efficiet. vt. 10. et. 40. si iunxero: efficiunt. 50. quos si diuidam. 25. redduntur. Hic erit medius terminus scd̄m arithmeticā proportionem. Uel si illum numerum quo maior minorem superat diuidas: eumq3 minori superponas: qđ que inde concrescit medium ponas arithmetica medietas informatur. Nam. 40. denarium tricenario superat. quem si diuidas. 15. fiunt. hunc si minori id est denario superposueris. 20. et. 5. nascentur. quē si medium constituas: arithmeticę medietatis ordo formatur. Geometricam vero si rationem vestiges: eius numeri qui sub vtrisq3 extremitatibus continetur tetragonicum latus inquire: ⁊ hunc medium pone. Nam sub. 40. ⁊ denario numero. 400. cōtinentur. Si enim denarium in. 40. mltiplices: hic numerus crescit. Horum igitur quadringentorum require tetragonicum latus. hi sunt. 20. Uicies enim. 20. 400. efficiuntur. Repertum ergo latus quadratum mediū3 constitues. Uel si eam pro-

portionem quã inter se dati termini custodiunt diuidas: ꝛ id quod relinquetur mediũ terminũ ponas. Nanque. 40. ad denarium quadruplus est. Igitur quadruplum si diuidas duplum facies: qui est scilicet. 20. Nam. 20. ad denarium duplus est. Hunc si mediũ constituas: medietatem geometricã perferet. Armonicam vero medietatẽ tali modo reperies. differentiam terminorũ in minorem terminũ multiplica. ꝛ post iunge terminos. ꝛ iuxta eum qui inde confectus est: cõmitte illum numerum qui ex differentijs et termino minore productus est. Cuius cũ latitudinẽ inueneris: addas eã minori termino. et quod inde colligit mediũ terminũ pones. 10. eni et. 40. fiunt. 50. Differentia autẽ inter. 10. et. 40. 30. sunt. quẽ si multiplicas in denariũ: id est in minorẽ: decies. 30. oportet. 300. efficies. Quos. 300. iuxta eũ cõmitte qui ex iũctis vtrisq; confectus est: id est iuxta. 50. facient enim quinquagies senos. ꝛ inuenit latitudo senarius. Hũc igit si minori t̃mino addas faciẽt. 16. ꝛ h numerꝰ mediꝰ constituitꝰ int̃. 10. et. 40. armonicã ꝑportionẽ medietatẽq; ſuabit.

De tribꝰ medietatibꝰ q̃ armonicę ꝛ geometricę ꝯtrarię sũt. Cap. 51.



E quidez sunt apud antiquiores inuentę probatęq; medietates. quas idcirco longius enodatius q; tractauimꝰ: quod hę maxime in antiquorum lectionibus inueniuntur: ꝛ ad omnẽ pene vim cognitionis eorũ versatur vtilitas. Ceteras autẽ pretereundo trãscurrimus: idcirco quod nõ multum nobis in lectionibus prosunt: sed tantum ad implendam denarij numeri quantitutem. Quę ne lateãt ne ve sint aliquibus ignoratę depromimus. Uidentur enim hę supradictis medietatibus esse contrarię ex quibus originẽ trahunt. Ex his eni etiam istę sunt constitutę. Est autez quarta medietas quę opposita videtur armonicę: in qua tribus terminis positis: quẽadmodũ est maximus terminus ad paruissimũ: sic differentia minorũ ad differentiam maximorũ. Ut sunt. 3. 5. 6. sex ad ternarium duplus. Et sunt minores. 5. et. 3. maximi vero huius dispositionis. 6. et. 5. Differentia vero minorum quinarij scilicet ꝛ ternarij. 2. sũt maiorũ quinarij et senarij. 1. qui. 2. ad vnũ comparati duplum faciunt. Ergo quẽadmodũ est maximus terminus ad paruissimũ sic minorũ terminorum differentia est ad differẽtiam maximorũ. Liquet autẽ oppositam ꝛ quodãmodo contrariã esse hanc medietatez armonicę medietati: idcirco: quod in illa quẽadmodum est maximus terminus ad paruissimũ: sic maiorum terminorũ differentia ad differentiã minorũ. Hic autem econtrario. Est autem propriũ huius medietatis: quoniã quod continetur sub maximo termino et medio: duplum est eo quod continetur sub medio atq; paruissimo. Se-

ties eni quinq̃·30·sunt: quinquies vero tres·15·Due vero alie medietates quinta scilicet et sexta geometrice medietati contrarie sunt: et eidem videntur opposite. Est autem quinta medietas: quotiens in tribus terminis quéadmodũ est medius termin⁹ ad minorez terminũ: ita eorũ differentia ad differentiam medij atq̃ maioris. Nam in hac dispositione·2·4·5·quaternarius ad binariũ duplus est. sed inter quaternariũ et binariũ duo sunt: inter quaternariũ vero et maiorem terminuz id est quinq̃·1·et duo ad vnũ dupli sunt. Contrariũ autem geometrice medietati in hac proportiõe est: qḋ in illa quéadmodũ maior terminus ad minoré esset: sic maiorũ differentia ad differentiã minorum. hic vero contrarie: quemadmodũ minores ad se termini sunt: sic minorum differentia terminorũ ad maiorum differentiã comparatur. Est autem propriũ in hac quoque dispositione quod illud quod cõtinetur sub maiore termino et medietate duplũ est eo quod sub vtrisq̃ extremitatibus continetur. Nam quinquies quatuor sunt·20·quinquies vero·2·sunt 10·et·20·denarij duplus est. Sexta vero medietas est quãdo tribus terminis constitutis quéadmoduz est maior terminus ad mediũ: sic minorũ terminorũ differentia ad differẽtiã maximorũ. In dispositione eniz que est·1·4·6·maximus terminus ad medium sesqualter est. differentia vero minorum id est vnius et·4· ternarius est: maiorum vero id est quaternarij et senarij binarius. Ternarius autem binario comparatus sesqualterã habitudinem proportionis efficiet. Eodem autem modo hec quoque medietas geometrice contraria est quemadmodũ et quinta: propter proportionem differentiaruz a minoribus ad maiores terminos conuersam.

De quatuor medietatibus quas posteri ad implendũ denariũ limitez adiecerunt. Cap.52.



Et he quidẽ sũt sex medietates quarum tres a pythagora vsq̃ ad platonez aristotelemq̃ mãserunt. Post vero qui insecuti sunt has tres alias de quibus supra disseruimus suis commentarijs addidere. Sequens autem etas quemadmodũ diximus ad implendam denariam quantitatez alias quatuor medietates apposuit. quas non adeo quis in veterum libris inueniat. Has igitur nos quã possumus breuissime disponamus. Prima enim que est earum: in ordine vero septima medietas hoc modo coniungitur: cum in tribus terminis quemadmodum est maximus terminus ad vltimum:

sic maximi et paruissimi termini differentia ad minorum differentiam terminorum. vt in hac dispositione.6.8.9. Nouenarius igitur ad senarium sesqualter est. quorum est differentia ternarius. Minorū vero terminorum: id est octonarij et senarij binarius differentia est. qui ad superiorem ternarium cōparatus facit sesqualteram proportionem. Secūda vero inter quatuor: sed octaua in ordine proportionalitas est: quotiens in tribus terminis quēadmodum sunt extremitates ad se inuicē cōparatę: sic eorum differentia ad maiorum terminorū differentiam. vt sunt.6.7.9. Nouem igitur ad.6. sesqualter est. et eorum differentia ternarius est qui comparatus contra maiorum differentiam: id est septenarij et nouenarij qui binarius est: reddit sesqualteram proportionem. Tertia vero inter has sequentes quatuor: nona autem in ordine proportio est: quando tribus terminis positis quam proportionem medius terminus ad paruissimū custodit: eam retinet extremorum differentia ad minorum differentiam cōparata. vt.4.6.7. Etenim.6. ad.4. sesqualter est. quorum est differentia binarius. septenarij vero et quaternarij ternarius differētia est. quē si ad superiorem binarium comparemus sesqualtera proportione coniungitur. Quarta vero quę in ordine decima est cōsideratur in tribus terminis: cum tali proportione medius terminus ad paruissimū comparatur: quali extremorum differētia contra maiorum terminorū differentiam proportione coniungitur. vt sunt tres quinqꝫ octo. Quinarius enim medius terminus ad ternarium superbipartiens est. Extremorum vero differentia octonarij scilicet et ternarij quinarius. qui cōparatus contra maiorum terminorum differentiam scilicet quinarij et octonarij qui est ternarius: et ipse quoqꝫ superbipartiens inuenitur.

Dispositio decem medietatum. Cap.53.



Disponamus igitur cunctas medietates in ordinem: vt cuiusmodi omnes sint facillime possint intelligi.

Arithmetica	Prima	1	2	3
Geometrica	Scda	1	2	4
Armonica	Tertia	3	4	6
Ōria armonicę	Quarta	3	5	6
Ōria geome.	Quinta	2	4	5
Ōria geome.	Sexta	1	4	6
inter.4.prima	Septima	6	8	9
inter.4.scda	Octaua	6	7	9
inter.4.tertia	Nona	4	6	7
inter.4.quarta	Decima	3	5	8

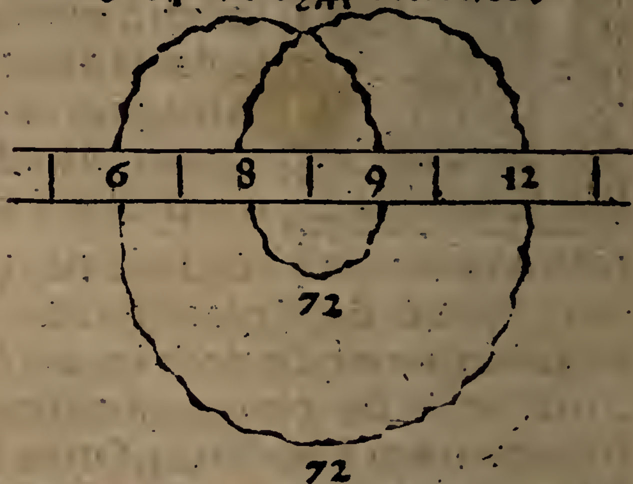
De maxima et pfecta symphonia que tribus distendit intervallis. Cap.54.



Estat ergo de maxima pfecta q3 armonia dis/ serere: q̃ trib⁹ in teruallis ↄstitu/ ta magna3 vim obtinet in musi ci modulaminis tẽperamẽtis: ⁊ in speculatiõe natu/ raliũ q̃stionũ. Etenĩ pfecti⁹ huiusmo di medietate nihil poterit inueniri: q̃ trib⁹ ĩteruallis pducta pfectissimi corporis naturã substãtiãq3 sortita ẽ Hoc enĩ modo cubũ quoq3 trina di mẽsione crassatũ: plenã armoniã eẽ mõstrauim⁹. Hec aũt huiusmodi in veniet: si duob⁹ terminis ↄstitutis: q ipsi trib⁹ creuerint interuallis: lõgitu dine: latitudine: et pfunditate: duo huiusmodi termini medii fuerint cõ stituti: ⁊ ipsi trib⁹ interuallis notati: q vel ab equalib⁹ p eq̃les eq̃liter sint pducti: vel ab inequalib⁹ ad ineq̃lia equaliter: vl' ab inequalib⁹ ad equa lia eq̃liter vel quolibet alio modo. atq3 ita cũ armonicã pportionẽ cu/ stodiãt: alio tñ modo cõparati faci/ ant arithmeticã medietatẽ: hisq3 ge ometrica medietas q̃ int' vtrasq3 ver sat' deesse nõ possit. In quatuor enĩ terminis si fuerit queadmodũ pm⁹ ad tertiũ: sic secũdus ad q̃rtũ: pporti onũ ratiõe scilicet custodita: geome trica medietas explicat'. Et qd cõti/ net' sub extremitatib⁹ equũ erit ei qd sub vtraq3 medietate ad seinuicem multiplicata ↄficit'. Rursus si maxi/ mus q̃tuor terminor3 numer⁹ ad eũ q sibi ppinqu⁹ est talẽ habeat diffe/ rentiã qualẽ idẽ ipse maximo pro/ pinquus ad paruissimũ: huiusmodi pportio in arithmetica ↄsideratiõe pponit'. Et extremor3 coniunctio du plex erit ppria medietate. Si vo int' q̃tuor qui est terti⁹ termin⁹ equa par te q̃rti quartũ terminũ superet: ⁊ eq̃ primi a primo superet': armonica hu iusmodi pportio medietasq3 pspicit'. Et qd ↄtinet' sub extremor3 aggrega tione ⁊ multiplicatiõe medietat[is] du plex est eo qd sub vtraq3 extremitate ↄficit'. Sit autem quoddã hui⁹ dis/ positiõis exemplar hoc modo. 6. 8. 9. 12. Has igit' oẽs solidas quãtita/ tes esse nõ dubiũ ẽ. Sex enĩ nascunt' ex vno bis ter. 12. aũt ex bis duo ter Hor3 autẽ medietates: octonari⁹ fit semel duo q̃ter. Nouenari⁹ vo semel tres ter. Oẽs igit' termini cognati si/ bi: ⁊ trib⁹ interuallor3 dimẽsionibus notati sũt. In his igit' geometrica p portionalitas inuenit': si. 12. ad. 8. vl' 9. ad senariũ cõparem⁹. Utraq3 enĩ cõparatio sesqualtera pportio est. ⁊ qd ↄtinet' sub extremitatib⁹ idẽ ẽ ei qd fit ex medijs. Nãq3 qd fit ex duo decies sex: equũ est ei qd fit ex octies 9. Geometrica ergo pportio huius/ modi est. Arithmetica aũt est si duo denarius ad nouenariũ: ⁊ nouena/ rius ad senariũ cõparet'. In vtrisq3 enĩ ternari⁹ differẽtia est. ⁊ iunctę ex tremitates medietate duplę sũt. Si enĩ iunxeris senariũ ⁊ duodecim: fa cies. 18. qui ẽ nouenario medio ter/ mino duplus. In his ergo geome/ tricã arithmeticãq3 medietatẽ pspe/ xim⁹. Hic quoq3 armonica medie/ tas inuenit': si. 12. ad. 8. et rursus. 8. ad senariũ cõparem⁹. Qua enĩ par/

te senarij octonari⁹ senariū superat: id est parte tercia: eadē duodenarij parte octonarius superat. Quatuor eni qbus octonarius a duodenario vincit: duodenarij tercia ps ē. Et si extremitates iūgas. 6. scz ꝛ. 12. easq͡ꝫ p octonariū mediū mltiplices. 144. sūt. Qd si se extremitates mltiplicēt: sex scz et. 12. faciēt. 72. quo numero 144. duplus est. Inueniemus hic quoq͡ꝫ oēs musicas consonantias. Nanq͡ꝫ. 8. ad. 6. et. 9. ad. 12. cōparati sesquitertiā ꝓportionē reddūt: ꝛ simul diatesseron ꝯsonantiā. Sex vo ad. 9. vel. 8. ad. 12. cōparati reddūt sesqualterā ꝓportionē: sed dyapente symphoniā. Duodecim vo ad senariū ꝯsiderati duplicē ꝓportionē: sed dyapason symphoniā canunt. Octo vo ꝛ. 9. ipsi ꝯtra se medij considerati epocdoū iungūt. q in musico modulamine tonos vocat. que oīuz musicorū sonorū mensura cōmunis est. Omniū eni est sonus iste paruissim⁹ Unde notū est qd diatesseron ꝛ diapente ꝯsonantiarū tonos differētia est: sicut inter sesquiterciā ꝛ sesqualterā ꝓportionē sola ē epocdous differentia. Eius aūt descriptiōis subter exemplar adiecimus.

Proportionalitas geometrica.



extremoꝝ medioꝝq͡ꝫ mltiplicatiōes

Proportionalitas arithmetica.



Extremitates iuncte ad nouenariū medium duple sunt.

Proportionalitas armonica.

partes minoris maiorisq; ē minor.



Iunctę extremitates ꝛ per
mediū multiplicatę.

Consonantię musicę.

Sesqtertia Sesqtercia
Epocdous
Diatesseron Diatesserō



Finit arithmetica Boetij bene reuisa ac fideli studio emendata Impressa per Erhardū ratdolt viri solertissimi eximia īdustria ꝛ mira imprimēdi arte: qua nuꝑ venetijs nūc augustę excellet nominatissimus. Anno dñi. M.cccc.lxxxviij. Mensis maij die vigesima.

a b c d e f omnes quaterni.

BOETHIUS, ANICIUS MANLIUS TORQUATUS SEVERINUS. Arithmetica. 20 May, 1488.

This is the first edition of Boethius's *Arithmetica,* composed in the early part of the sixth century. *(For notes on Boethius and his work, see the November 1930 issue of More Books, p. 434.)*

Printed by Erhard Ratdolt at Augsburg